SELMA KOZEL PAUPITZ

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA EM AMBIENTES DINÂMICOS: UM NOVO OLHAR NO PROCESSO MEDIADO PELA TECNOLOGIA

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação, Curso de Pós-Graduação em Educação, do Setor de Ciências Humanas Letras e Artes da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Luís Trovon de Carvalho

CURITIBA

2003

Para todas "PESSOAS"

Que já se submeteram a tantas avaliações,
que hão de submeter-se a tantas outras,
desejando que os seus professores saibam
substituir sempre as palavras que ferem
pelas palavras que ajudam.
(Hadji, 1996)

AGRADECIMENTOS

Um grande OBRIGADO

A todos os que, citados ao longo do texto, foram atores de um diálogo que é a razão de ser dessa dissertação.

Aos professores orientadores Drª Estela Kaufman Fainguelernt e Drª Janete Bolite Frant, num primeiro momento; e Dr. Alexandre Luís Trovon de Carvalho atualmente, que souberam acompanhar com competência, ouvindo e debatendo com paciência, as diversas fases desse trabalho.

A Profª Drª Maria Tereza Carneiro Soares por sua paixão pelo trabalho pedagógico e pela confiança demonstrada em todos os momentos.

Aos professores Drª Vânia Pereira dos Santos, Carlos Henrique dos Santos e Florinda Katsumi Miyaoka pelas discussões e críticas que propiciaram um maior aprofundamento nas questões polêmicas da pesquisa.

A mana Prof. Drª Salete Kozel, pela presença calorosa e atenção em todos os momentos de “desânimo” e a minha sobrinha Larissa pelo apoio emocional e logístico que muito contribuiu para o desenvolvimento desse trabalho.

Ao Prof. Ivo Pitz, diretor do Colégio Leôncio Correia pela possibilidade de realizar experimentos, aplicações, entrevistas, observações que se constituíram em dados para a pesquisa desenvolvida. Estendendo esse agradecimento aos professores desse estabelecimento de ensino Evélia, Nerice, Maria da Penha, Teresa e Audrey, pela participação com suas opiniões e vivências.

A coordenadora do Projeto Ciências e Matemática da Prefeitura do Rio de Janeiro Ana Maria Abraão, que ao se preocupar com a realização de uma avaliação mais formativa, possibilitou a divulgação e a troca de idéias com os professores dos pólos envolvidos.

Aos professores Rui E. Tavares, coordenador do curso de Matemática em 2002, pela possibilidade de realizar um estudo ao operacionalizar o dispositivo tecnológico de avaliação, e Dr. Jorge Bernard pelas contribuições na discussão sobre Geometria Dinâmica.

Meu especial agradecimento aos alunos do 1º ano da Licenciatura em Matemática da Universidade Tuiuti do Paraná, em 2002, que ao participar da *oficina “Explorando o dinamismo do software Cabri-Géomètre para ensinar Geometria”*, colaboraram como sujeitos da pesquisa.

Aos meus colegas da Universidade Tuiuti do Paraná, os professores: Elisângela Godoy, Regina Paulista, Ana Maria Delfino, Dinah Ribas Pinheiro, Ana Maria Melech, Maria Antonieta Bello, Alexandre T. Santos e Sandra Rossetto, pelo incentivo ao estudo e desenvolvimento dessa dissertação.

Aos colegas da Universidade Santa Úrsula: Virginia, Pricila, Tetê, Alice, Michele, Márcio, Mário e Marisa – companheiros de viagem, de brincadeiras, de refeições e, conseqüentemente participantes das discussões sobre Educação Matemática e Tecnologia.

Aos colegas de turma da UFPR, que ao compartilharem dos meus anseios, incertezas e dúvidas, ofereceram grandes colaborações para este trabalho.

As secretárias dos programas de Mestrado: Glória e Eliane da USU, Darci e Francisca da UFPR, pela atenção e paciência.

Aos meus familiares: Elmo, André, Rogério, Fabrício e Rodrigo, que mesmo sem entender, souberam compreender e “seguraram a barra”, nos meus momentos de ausência. Estendendo esse agradecimento aos meus irmãos Saulo e Solange pelo carinho e apoio.

Um especial agradecimento ao meu filho Rodrigo e a minha mãe Ottilia pela “força” e incentivo diante dos desafios que se apresentavam.

A todos aqueles cuja crença na instauração de uma avaliação facilitadora, posta a serviço do desenvolvimento dos alunos, contribuíram de forma direta ou indireta para que esse trabalho fosse realizado.

SUMÁRIO

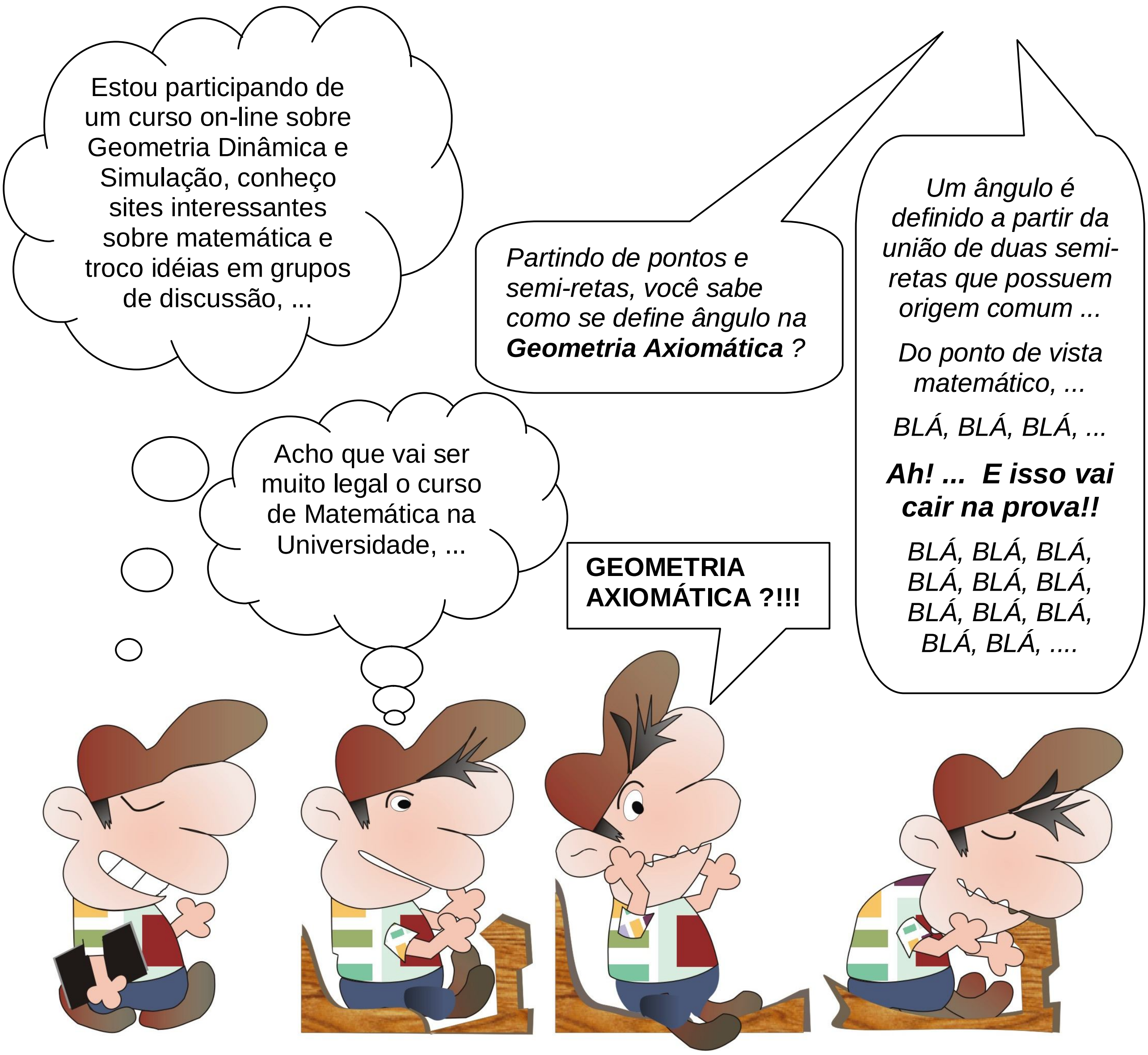
LISTA DE ILUSTRAÇÕES

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre a avaliação com intenção formativa quando a aprendizagem de Geometria se realiza em "ambientes informatizados". Tendo em vista as características de dinamismo, interatividade, meio para modelagem e simulação, múltiplas representações e capturação de procedimentos que estes ambientes apresentam, foi desenvolvido um dispositivo de avaliação tecnológico constituído de planilhas eletrônicas interligadas de modo a permitir ao professor: desencadear comportamentos a observar e interpretar, observar e interpretar esses comportamentos, comunicar os resultados de sua análise e sua apreciação, e finalmente, remediar os erros e as dificuldades analisadas. Para operacionalizar esse dispositivo optou-se pelo ambiente de Geometria Dinâmica que o software Cabri Géomètre oferece para acompanhar o desenvolvimento de ações que favoreçam o "pensar matematicamente", isto é, de modo a permitir ao aluno: estabelecer relações ao construir, visualizar e movimentar; conjecturar ao interpretar e experimentar; buscar explicações pesquisando; levantar hipóteses e experimentar; e, finalmente concluir com correção e clareza.

ABSTRACT

This work presents a study on the evaluation with formative intention when the learning of Geometry is carried out through in a computer environment. In view of the characteristics of dynamism, interaction, midium for modeling and simulation, multiple representations and procedure capturation that these environments present, were developed a technological device of evaluation consisting of linked electronic spread sheets in order to allow the professor: to unchain behaviors to observe and to interpret, to observe and to interpret these behaviors, to communicate the results of its analysis and its appreciation, and finally, to attenuate the errors and the analyzed difficulties. To make this device work it was choosed the environment of Dynamic Geometry that software Cabri Géomètre offers to follow the development of actions that favors the mathematical thinking, that is, in order to allow the student: to establish relations when constructing, visualizing and putting into motion; to conjecture when interpreting and experimenting; to search for explanations researching; to raise hypotheses and experiment; and finally, to conclude with correction and clarity.


Estou participando de um curso on-line sobre Geometria Dinâmica e Simulação, conheço sites interessantes sobre matemática e troco idéias em grupos de discussão, ...
Acho que vai ser muito legal o curso de Matemática na Universidade, ...
Partindo de pontos e semi-retas, você sabe como se define ângulo na Geometria Axiomática ?
GEOMETRIA AXIOMÁTICA ?!!!
Um ângulo é definido a partir da união de duas semi-retas que possuem origem comum ...
Do ponto de vista matemático, ...
BLÁ, BLÁ, BLÁ, ...
Ah! ... E isso vai cair na prova!!
BLÁ, BLÁ, BLÁ, BLÁ, BLÁ, BLÁ, BLÁ, BLÁ, BLÁ, BLÁ, BLÁ, ...

CAPÍTULO 1
INQUIETAÇÕES E ANSIEDADES:
A motivação para investigar

> A matemática está passando por profundas transformações. O professor necessariamente deve estar mais preparado para participar dessas transformações e para se aventurar no novo, do que para repetir o velho, muitas vezes inútil e desinteressante. O papel do professor deve ser outro. Aquele professor que vê passar a informação, ensinar algo, repetir conhecimentos feitos e congelados, e cobrar aquilo que ensinou, está com os dias contados. O novo perfil do professor é fundamentalmente o de um facilitador da aprendizagem do aluno e de um companheiro na busca do novo.
>
> Ubiratan D'Ambrósio, (1998)

1.1. INTRODUÇÃO

A investigação que se apresenta nessa dissertação tem o seu foco na avaliação com intenção formativa[1] quando a aprendizagem de Geometria se realiza em "*ambientes informatizados*". Como construir e operacionalizar um dispositivo de avaliação tecnológico[2], que permita acompanhar o desenvolvimento de ações que favoreçam o "*pensar matematicamente*[3]", tendo em vista as características que estes ambientes apresentam (*dinamismo, interatividade, meio para modelagem e simulação, múltiplas representações e capturação de procedimentos* [4])?

---

[1] A expressão "*Avaliação com Intenção Formativa*" (EVF – Évalution a Volonté Formative), é utilizada por Hadji (2001), no sentido da realização de uma "*aprendizagem assistida por avaliação*".

[2] *Planilhas eletrônicas interligadas* elaboradas em torno de 5 tarefas que caracterizam a "EVF", e o professor-avaliador deve adotar como critérios: *desencadear* (comportamentos a observar / interpretar); *observar / interpretar* (esses comportamentos); *comunicar* (os resultados de sua análise e sua apreciação final); e, *remediar* (os erros e as dificuldades analisadas).

[3] *Pensar Matematicamente* em um "*ambiente dinâmico*" implica em estabelecer relações ao construir, visualizar e movimentar; conjecturar ao interpretar e experimentar; buscar explicações pesquisando; levantar hipóteses e experimentar; e, finalmente concluir com correção e clareza.

[4] De acordo com Gravina & Santarosa (1998), "*dinamismo*" é a instância física de um sistema das representações de objetos, que através da sua manipulação direta na tela do computador, permitem a construção de significados; "*Interatividade*" é a dinâmica entre ações do aluno e reações do ambiente (suporte as concretizações e ações mentais do aluno) que se materializa na representação e na possibilidade de manipular objetos matemáticos na tela do computador; "*meio para modelagem e simulação*" é a interação com modelos de processos complexos através da explicitação, manipulação e compreensão de relações entre variáveis que controlam o fenômeno.

O projeto de pesquisa que originou esta dissertação teve várias fontes de inspiração. As minhas vivências como estudante, ao passar por *momentos*[5] de avaliação; as minhas experiências como professora, adquirida ao longo de 33 anos de magistério, trabalhados com alunos de diversas idades e em diferentes etapas da sua vida escolar[6]; as conversas e intercâmbios com professores em encontros, congressos ou grupos de estudos sobre avaliação; e ainda, o trabalho realizado na implantação da informática pedagógica em algumas escolas[7], através de cursos capacitação para professores sobre a utilização do computador como ferramenta de ensino.

No entanto, a motivação principal para o início desta investigação veio das inquietações e ansiedades provocadas pela discussão, com os meus colegas de graduação, sobre o sistema de avaliação que se pratica, e pela observação de ações realizadas por um grande número de professores quando "avaliam o conteúdo que foi ensinado (*apenas o produto ou resultado*), em momentos pré-estabelecidos" em vez de realizar "uma avaliação contínua do conhecimento que está sendo adquirido pelo aluno (*o processo junto com o produto*), durante todo o curso". E ainda mais, pela constatação de que embora saibam que estamos vivendo em um novo tempo, onde as tecnologias da informação e comunicação estabelecem novas linguagens através da Internet e do ciberespaço[8], que reformula os saberes e o *savoir-faire;* determinando assim, outras formas de escrever, ler e lidar com o conhecimento[9]; as suas preocupações e as discussões sobre o tema avaliação continuam girando em torno do "valor atribuído a...", da "nota que será atribuída no final do bimestre" ou "dos pontos ou décimos a serem descontados em questões de prova".

[5] A referência a palavra "*Momentos"* se justifica pelas provas pontuais (mensais, bimestrais, anuais ou ainda em 2ª chamada) que não traduzem o conhecimento adquirido.
[6] Nos cursos: primário (multiseriado ou regular), ginásio, secundário, supletivo e na universidade (Jornalismo, Publicidade, Relações Públicas, Radio TV e Secretariado Executivo).
[7] Trabalho realizado no período de 1990/1998 nos colégios: Colégio Bom Jesus (particular) e Colégio Leôncio Correia (estadual), ambos de grande porte. E, atualmente (2002/2003), no CENAP (Centro de Aperfeiçoamento Profissional) da Universidade Tuiuti do Paraná.
[8] Ciberespaço é definido por Lévy (1999), como o espaço de comunicação aberto pela interconexão mundial dos computadores e das memórias dos computadores.
[9] De acordo com Lévy (1999) e Ramal (2002), essas novas formas de escrever, ler e lidar com o conhecimento; integram as novas *ecologias cognitivas,* e através delas se condicionam, os valores e os critérios de julgamento das sociedades.

Essas inquietações se tornam mais fortes e instigantes ao se tratar da avaliação da aprendizagem, quando o ensino é realizado em ambientes informatizados. O que se observa é que muitos professores já utilizam o computador como ferramenta de ensino (ou fazem uso das novas tecnologias com freqüência na elaboração dos seus materiais de aula), mas não conseguem mudar "o olhar" ao avaliar; e em conseqüência disso, também não mudam os procedimentos ao analisar a produção do aluno. Acabam avaliando seus alunos através de questões em prova escrita, realizada no final de um período e elaborada segundo critérios, que muitas vezes estão desvinculados do trabalho realizado.

Fatos como esses me levam a questionar: Até que ponto uma avaliação assim realizada pode estar contribuindo com a aprendizagem, com a produção de conhecimentos?

Por outro lado, o que se verifica é que "*o espaço escolar não é mais o único lugar onde se aprende*" (FERREIRO, 2001). Isso porque, hoje existem *novas formas de acesso à informação,* como os hiperdocumentos, os arquivos digitais, e os bancos de dados ou de imagens; e *novos estilos de raciocínio e de conhecimento*, estabelecidos através das simulações, das realidades virtuais, da telepresença, de sensores digitais, da inteligência artificial ou da modelagem de fenômenos complexos (LEVY, 1999). Nesse cenário, a avaliação só terá sentido se ajudar na construção dos saberes, ou seja, "*se for capaz de orientar o aluno para que ele próprio possa situar as suas dificuldades, analisá-las e descobrir, ou pelo menos operacionalizar os procedimentos que lhe permitam progredir*" (HADJI, 2001).

As mudanças provocadas pelas redes de comunicação, que nos colocam em acesso direto com os mais variados tipos de informação, permitindo assim, a realização de trabalhos cooperativos entre pessoas fisicamente distantes, *t*êm gerado muitas discussões no setor educacional. O que se percebe é que as práticas escolares tradicionais não poderão se sustentar na *cibercultura,* que é o *"conjunto de técnicas (materiais e intelectuais), de práticas, de atitudes, de modos de pensamento e de valores que se desenvolvem juntamente com o ciberespaço*" (LÉVY, 1999, p.17).

Também se constata que, com a utilização multiforme dos computadores para o ensino se propagando na escola, em casa, na formação profissional e contínua, há uma redefinição da maioria das atividades cognitivas: aprender, ensinar, informar-se, conceber, ler, escrever, comunicar através do som, da imagem ou da linguagem. E que essa interação entre as pessoas, as máquinas e o conhecimento*, carregam em si uma redefinição da função docente* (RAMAL, 2000) (LÉVY, 1998, 1999).

A nova cultura informática, aliada à acumulação e processamento das informações, à sensibilidade e à inteligência, aponta para a necessidade de novas formas de ensinar, de organizar o trabalho com os alunos na escola e, principalmente, de AVALIAR. Isso se deve ao fato de que *"a evolução do sistema de formação não pode ser dissociada da evolução do sistema de reconhecimento dos saberes que a acompanha e a conduz".* (LEVY, 1999)

A avaliação é um dos grandes desafios da escola moderna, uma vez que na sociedade em que vivemos há uma busca por firmar-se em sistemas abertos, dinâmicos e em constante transformação. Sendo assim, a escola precisa repensar a sua prática e se transformar em um sistema cuja essência não é mais "*um percurso pré-determinado, mas se baseia nos desequilíbrios, nas interações e nas transformações do mundo de hoje".* (RABELO, 1998)

Na sociedade do saber "*aprendente*" (que busca a eficiência) e "*organizada em rede*" (social e tecnológica), o ato de avaliar não deve ser reduzido à mera aplicação de um teste, uma prova ou uma observação.

A avaliação é um processo de pesquisa e investigação, que a partir de critérios como consistência, previsibilidade, motivação, envolvimento, performance, capacidade de articular conhecimentos, de comunicar-se e estabelecer relações, se torna um "*instrumento auxiliar do professor na conquista do conhecimento"*. Nesse processo, a preocupação ao avaliar "*se desloca dos procedimentos e instrumentos para os princípios e fins*" (SILVA, 2003). Por essa razão, é tão importante verificar a que respostas o aluno chegou, quanto saber os caminhos utilizados. Geralmente os percursos dizem muito mais sobre o seu desenvolvimento do que as respostas dadas. As notas somente, não dão conta de expressar e descrever os *processos*. Elas remetem apenas aos *produtos*.

Nesse sentido Ramal (2002), afirma que: *"Numa educação em que os processos são tão importantes quanto os produtos na construção do conhecimento, a avaliação não fica isolada no fim das etapas, mas é desenvolvida ao longo dos percursos de aprendizagem"*, e recomenda que a observação e o registro do desenvolvimento sejam constantes, pois o "*professor deste novo tempo*[10]", usará as informações dessa avaliação permanente como dados de contexto para se adequar cada vez mais aos processos dos alunos, ajudando-os a aprender de outras formas.

Refletindo sobre a minha prática e meus anseios enquanto professora que ensina em ambientes interativos e dinâmicos, e sobre essa realidade tão contraditória entre a avaliação que se realiza na escola e as tendências que se apresentam para os ambientes informatizados, resolvi iniciar essa investigação. Tomando como referência Wild (1996) apud Ramal (2002), que afirma ser "a *tecnologia uma experiência mediada entre o professor em formação e sua imagem de si mesmo, sua percepção da auto-estima, e tem em vista especialmente o seu potencial como professor*"; o que, no começo, era só uma busca por outras formas de avaliar (usando a tecnologia), que tivessem *sentido* em minha prática docente, tornou-se o tema de pesquisa dessa dissertação de mestrado.

2.1. A TRAJETÓRIA DA INVESTIGAÇÃO: Iniciativas, tentativas e decisões na elaboração do projeto de pesquisa.

Descrever o processo de elaboração do projeto de pesquisa torna-se um trabalho quase histórico. É o resgate de velhos arquivos em disquetes (planilhas de avaliação e textos de provas), de papéis rabiscados pelos meus orientadores[11], de fitas gravadas durante as conversas que definiam o rumo da investigação e a base teórica que viria como suporte ao trabalho, de anotações nas margens de tantos textos (versões de vários pré-projetos), elaborados no meio de um turbilhão de idéias, dúvidas e inseguranças (muitas vezes durante as viagens de ida e volta semanais entre o Rio de Janeiro e Curitiba). É lembrar das discussões e adaptações

[10] Denominado como "*dinamizador da inteligência coletiva*" por Lévy (1999) e Ramal (2002).

[11] As Profªs.: Drª. Estela K. Fainguelernt e Drª. Janete B. Frant no período (1999-2001), cursado no mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro - RJ; e o Prof. Dr. Alexandre L. Trovon, na retomada dos estudos no mestrado em Educação da Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, no período (2002-2003).

realizadas, quando da mudança para o programa de Mestrado da UFPR, e ainda de como foi interessante a conversa, as opiniões do novo grupo e as sugestões para estudo, tendo em vista o redirecionamento do projeto.

Quando o projeto é colocado no papel, a sua apresentação linear esconde todas as dificuldades que a sua geração trouxe, e todas as vivências que levaram até ele, ficam ocultas; por isso, vou escrever sobre as idéias, as tentativas (algumas abandonadas outras adaptadas), as dificuldades que surgiram durante a sua elaboração.

As primeiras tentativas em "mudar o olhar" ao avaliar foram motivadas pelas características do grupo de alunos com o qual o trabalho se iniciou. Essa era uma turma de 1º série (período noturno), do 2º grau (hoje Ensino Médio), do Colégio Estadual Leôncio Correia (CELC) em Curitiba-PR, no ano de 1997, formada por alunos adultos (a maioria entre 25 e 50 anos). Como trabalhavam durante o dia, dependiam de uma condução "paga" para o seu deslocamento, devido à distância casa-trabalho-escola,. O que acontecia normalmente com aluno deste perfil, é que no final do 1º bimestre, tão logo que recebiam as primeiras "notas baixas" referentes à avaliação, muitos deles desistiam. Investigando informalmente os motivos das desistências, verificou-se que as respostas mais freqüentes eram: "por se julgar incapaz de aprender" ou "por acreditar que não valeria a pena investir financeiramente na sua educação".

A partir dessa constatação e acreditando na "*avaliação como crítica do percurso da ação*" (LUCKESI, 1999), surgiram inquietações que me fizeram repensar minha prática docente. Era necessário redirecionar a "ação de avaliar" para torná-la uma ferramenta necessária e eficaz, na construção dos resultados planejados. Mas como fazer isso?

Naquele momento, paralelamente à busca de respostas para o problema, estavam acontecendo muitas discussões e pesquisas sobre: a "*difusão e implementação das Novas Tecnologias Informáticas"* (TICs) na Educação Brasileira (FRANT, 1993); a sua *"utilização como ferramenta de ensino*" (BORBA, 1996), (PAUPITZ, 1998); a "*formação dos professores*" (D'AMBRÓSIO, 1998), (PENTEADO, 1998), entre outras. A participação em congressos nacionais e internacionais (II CIBEM, 1994); (V ENEM, 1995); (VI ENEM, 1998) e o estudo de artigos publicados em Anais de encontros internacionais (ICME-8, 1997); (PME, 1998); deram suporte a decisão de utilizar os recursos que uma planilha eletrônica oferece (suas tabelas e gráficos), na construção de *“uma ferramenta para planejar e avaliar minhas aulas de Matemática”.*(PAUPITZ, 1998).

Para a elaboração do primeiro modelo de planilha, tomou-se como referência a fundamentação teórica do projeto político pedagógico[12] em vigência na época no CELC, que considerava como pressupostos do processo de avaliação a:

a. Avaliação contínua e processual, com registros descritivos de resultados, instrumento diagnóstico para tomada de decisões, portanto, norteadora do trabalho educacional;

b. Valorização do crescimento e do progresso do aluno em relação ao seu conhecimento, eliminando a comparação de alunos entre si;

c. Participação consciente e crítica do aluno no processo de aprendizagem, na avaliação do seu progresso e no da sua turma.

Esse dispositivo de avaliação foi planejado, construído e operacionalizado de acordo com os seguintes critérios:

a. Criação de *planilhas interligadas* por bimestre, relacionando alunos da turma e os conteúdos a serem desenvolvidos no período. Os registros ou resultados programados na planilha de um bimestre podiam ser vistos em outra, e usados para uma nova operação. Quando um registro inicial era alterado, todos os vinculados a ele se alteravam, permitindo assim uma análise global do processo; **(anexo 1)**

b. Distribuição de cópia impressa ao aluno para o acompanhamento do seu processo de aprendizagem (auto-avaliação) no decorrer do período;

c. Atividades realizadas não recebiam nota, só observações quanto ao seu desenvolvimento (podendo ser refeitas);

d. Conteúdos trabalhados e registrados (professor e aluno em suas “tabelas”) através de códigos pré-estabelecidos: “***X***” *para objetivo atingido*

[12] Projeto Político Pedagógico do CELC fundamentado no Currículo Básico para as Escolas Públicas do Paraná. 1992.

ou em branco *para objetivo não atingido* (sendo permitido fazer alterações a qualquer momento que houvesse mudança). Na tabela do professor (planilha eletrônica com fórmulas), cada "***X***" inserido era contado e, transformado em porcentagem por conteúdo ou em nota por aluno, em um campo determinado.

e. Conteúdos não compreendidos retornavam à discussão em outras aulas (ou no bimestre seguinte) e novas atividades eram propostas (recuperação paralela). Para auxiliar o professor na verificação da necessidade de rever conteúdos, foram acrescentadas à sua tabela duas linhas: uma com os resultados da contagem do número de "**X**[13]**"** correspondente a eles, e a outra com o calculo do percentual desse número em relação ao total de alunos por conteúdo.

f. Os dados sobre os objetivos atingidos em cada conteúdo pelo grupo de alunos, tomados em *dois momentos*, eram representados em gráficos e impressos em transparência a serem analisados em conjunto (professor e alunos) através da projeção em retroprojetor. O **primeiro momento**, ao se "concluir" a apresentação de um determinado assunto aplicava-se um teste, registrando-se o desempenho da turma. De posse dos percentuais referentes ao desempenho da turma, o professor propunha (ou não) um "reforço", constituindo assim o **segundo momento**, onde era registrado o novo desempenho da turma (após o reforço – *legenda vermelha do anexo 2*). Ao representar em um gráfico a porcentagem de objetivos atingidos "*referentes aos mesmos conteúdos, mas em momentos diferentes de avaliação*", iniciava-se um processo de "*conscientização do aluno sobre o seu próprio desempenho escolar".* Através da análise, comparação e interpretação de resultados, a atenção do aluno era dirigida para o fato de que "*ele também é responsável pelo seu processo de aprendizagem*" e, em conseqüência disso, ele participava na construção do conhecimento coletivo da sua turma. Esse procedimento visava a participação consciente e crítica dos alunos nas decisões sobre a retomada de conteúdos. **(anexo 2)**

[13] A contagem da quantidade de "X", era feita através da função CONT. SE da planilha eletrônica.

Os resultados dessa primeira experiência foram além das expectativas, uma vez que o dispositivo de avaliação permitia fazer *a crítica no percurso da ação*, para a tomada de decisões (tanto para professor quanto para aluno). Isso se tornava visível nas ações dos alunos, que ao receber testes, provas ou trabalhos sem a "nota", passaram a olhar as observações escritas pelo professor, a verificar o que deveria refazer e a buscar outros caminhos e/ou outra solução para a questão proposta; que ao assinalar com "X" os assuntos assimilados na sua tabela; e, ao analisar e discutir o que os gráficos apresentavam, passaram a acompanhar a construção do seu conhecimento. E, ainda, os que desistiam devido as "notas baixas", passaram a ter consciência de que no decorrer do período poderiam assimilar os conhecimentos não adquiridos e melhorar sua "nota final". Em conseqüência disso, verificou-se uma diminuição da evasão escolar, um aumento de aprovações para a série seguinte.

A idéia da utilização do dispositivo de avaliação era significativa, pois mostrava através dos resultados da experiência, que através da reflexão sobre a ação, outros professores de Matemática ou de outras disciplinas, poderiam adaptá-lo para ser aplicado. Esse fato vem reforçar as afirmações de Nóvoa (1995), quando coloca que "*A reflexão sobre a experiência pode provocar a produção do saber e a formação*" e, que "*a formação não é qualquer coisa prévia a ação; ela está e acontece na ação*".

Na tentativa de mudar as práticas, iniciou-se com um grupo de professores, um processo de "*reflexão, análise e discussão*" sobre a aplicabilidade das planilhas interligadas na avaliação de suas turmas no ano seguinte. Esses, através de suas atitudes, se identificavam como *professores reflexivos* que de acordo com Nóvoa (1992), são aqueles de *mentalidade aberta* (convivem com as diferenças - ao analisar as possíveis alternativas incitam o debate, a crítica, o confronto, a dúvida, promovendo assim a construção do conhecimento); com *responsabilidade* (assumem as conseqüências das próprias posições – no sentido intelectual e ético); e, com *entusiasmo* (predispostos a inovações, à vontade, à alegria e ao prazer de ensinar e de aprender).

O estudo detectou que existiam algumas dificuldades para o seu desenvolvimento do que naquele momento era considerado como desafio. Entre elas o grande número de alunos por turma, a falta de computadores para trabalhar e o desconhecimento do software para a construção e operacionalização do dispositivo de avaliação. Mesmo assim, decidiu-se pela realização de uma oficina para o estudo do programa e das planilhas existentes, pois a partir delas seria possível a montagem do novo material; e ainda, pela organização de encontros periódicos para a troca de experiências ou esclarecimento de dúvidas.

O planejamento e a elaboração do novo dispositivo de avaliação[14] apontavam para a realização de algumas modificações, no sentido de contemplar o que recomendava a proposta pedagógica (1992/1999) do CELC: "*Para que se faça o acompanhamento do progresso do aluno, é necessário que registremos, de alguma forma, os resultados de todas as atividades realizadas, seus avanços e dificuldades, o que norteará a prática docente"*.

Uma dessas alterações foi o acréscimo de colunas na tabela do professor, para registros pontuais de momentos em que se precisasse de dados a respeito de um determinado conteúdo planejado e discutido no período (o pré, o pós e o reforço), tendo em vista a análise do processo individual e coletivo da aprendizagem, através da comparação dos dados apresentados. A outra modificação refere-se à introdução do código "*M*" para representar um "*conhecimento parcialmente adquirido*", uma vez que até então, ao registrar as observações sobre o processo de aprendizagem do aluno, só se consideravam duas possibilidades representadas por: "*X*" para um "*conhecimento adquirido*" ou se deixava "*em branco*"[15]. A contagem e a transformação em porcentagem dos totais (apresentadas em linhas separadas), tinham como objetivo informar o professor se a porcentagem de alunos que adquiriram parcialmente (código "M") é maior ou menor do que os que adquiriram plenamente. Porcentagem maior seria "*um indicativo*" da necessidade de rever o conteúdo. **(anexo 3)**

[14] Utilizado por 5 professores de Matemática e Português, no período noturno, em 1998/1999.
[15] Para efeito de cálculo, contava-se "**M**" valendo a metade de "**X**". Então, a partir desse resultado calculava-se o percentual através de média aritmética.

Entrando no novo século, com a implantação de uma nova Proposta Pedagógica para o Ensino Médio baseada nos Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (PCNEM, 1999), surgem novas inquietações gerando novas questões: seria possível construir um dispositivo de avaliação que permitisse acompanhar, através dos conteúdos planejados e trabalhados, o desenvolvimento de habilidades e competências? Ou os conteúdos a desenvolver seriam substituídos por habilidades e competências? Nesse sentido Perrenoud (1999), coloca que há um grande "mal-entendido em acreditar que ao desenvolverem-se competências, desiste-se de transmitir conhecimentos". Mas, e se ficassem os conteúdos, como selecionar o que era relevante na disciplina em questão? E, ainda, como interligar as planilhas (por habilidades ou por conteúdos), uma vez que ao trabalhar um conteúdo em aula, o professor poderia estar desenvolvendo várias habilidades ao mesmo tempo?

Na tentativa de elaborar um modelo de dispositivo de avaliação que interligasse conteúdos, habilidades e competências, iniciou-se a construção de *dois tipos* de planilhas eletrônicas interligadas: por ***habilidades* –** para acompanhar através de registros o desenvolvimento das habilidades contidas nas atividades propostas em cada assunto planejado para o período**;** e, ***geral*** – que transferia os registros das planilhas por habilidade **(anexo 4)**. Este sistema foi logo abandonado, uma vez que ainda existiam muitas dúvidas quanto a sua construção e operacionalização. Entre elas, a questão principal era: *Como avaliar conteúdos e, ao mesmo tempo, verificar o desenvolvimento das habilidades implícitas em cada atividade proposta?* O que se observava era que, na tentativa de se verificar o desenvolvimento de uma determinada habilidade, atividades que eram propostas pelo professor muitas vezes, na prática da sala de aula, derivavam-se para outras habilidades, diferentes daquela que se desejavam "olhar" naquele momento, inviabilizando o processo de avaliação.

A experiência mostrou a necessidade de uma discussão mais ampla sobre avaliação da aprendizagem para os novos tempos, tendo em vista a abundância de informações disseminadas rapidamente pela Internet, o novo perfil da escola; e, principalmente um maior embasamento teórico do professor, para construção de dispositivos de avaliação tecnológicos que tornassem a proposta operacional.

Esse foi dos motivos para iniciar o curso de Mestrado em Educação Matemática na USU-RJ. O projeto de pesquisa ainda não tinha uma questão, mas a sua direção já estava definida: "*a avaliação da aprendizagem, os ambientes informatizados que se apresentavam e o uso da tecnologia para construir um dispositivo de avaliação que permitisse acompanhar o processo de construção do conhecimento nesses ambientes*".

Nessa época, ainda preocupada com a questão da avaliação por competências, direcionaram os meus estudos iniciais para os textos de *Perrenoud* (1999, 2000), que tratam da construção de competências[16] desde a escola e discutem a realização da uma avaliação a serviço da seleção ou a serviço das aprendizagens (Avaliação Formativa). A reflexão sobre essas idéias e a pesquisa sobre o desenvolvimento de trabalhos em ambientes informatizados permitiram a construção de um novo dispositivo tecnológico para a realização de avaliação formativa**.** Os primeiros resultados dessa investigação foram relatados em um artigo do Boletim do Grupo de Estudos em Educação Matemática[17].

Ao aprofundar as questões envolvidas na pesquisa, devido à pertinência e relevância, alguns trabalhos foram os suportes para o desenvolvimento do trabalho. Entre eles os de: *Gimenez* (1997), que discute as perspectivas para a avaliação em Matemática; *Fainguelernt* (1996,1999), que focaliza o olhar da Educação Matemática na utilização de diferentes representações, entre elas o computador, na construção de conceitos geométricos; e, *Frant* (1995), que alerta para as transformações possíveis na educação a partir da utilização da informática na escola.

Em meio a esses estudos que resultaram na elaboração de várias versões para o projeto, aconteceu a minha transferência para o programa de mestrado de Educação da Universidade Federal do Paraná. Em conseqüência disso, houve um redirecionamento da pesquisa motivado pela realização novas leituras que na discussão com o grupo enriqueceram as idéias iniciais.

---

[16] Para Perrenoud (1999), **competência** "é a capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem se limitar a eles".

[17] Publicação no boletim do GEPEM, Nº 37, p.21-32. Tecnologia e Avaliação: um olhar através dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. (PAUPITZ, 2000)

O foco principal continuava o mesmo "*a construção de um dispositivo tecnológico para realizar a avaliação da aprendizagem em ambientes informatizados*". No entanto, em função do cenário que se apresentava para o futuro da educação na cibercultura, de um maior esclarecimento sobre o que levar em conta ao planejar e construir o dispositivo de avaliação "*com intenção formativa*", e ainda, da escolha do software adequado para a experiência em um ambiente dinâmico e interativo; apontavam para a busca de um novo referencial teórico que desse suporte ao estudo e a investigação.

Centrando nessas idéias algumas opções se definiram apoiadas nos trabalhos de *Hadji* (1994, 2001) para a construção de um dispositivo de avaliação com intenção formativa; *Gravina* (1996, 1998) no suporte a realização do trabalho com um software para Geometria dinâmica (Cabri Géomètre ou Sketchpad); e ainda, *Levy* (1998, 1999) e *Ramal* (2000, 2002) tendo em vista a discussão sobre a nova relação com o saber, que se estabelece através dos ambientes informatizados; sobre suas implicações na educação e na escola, que apontam para uma redefinição da função docente.

Os relatos aqui apresentados podem ser considerados como uma espécie de gênese do projeto de pesquisa, pois mostra as diferentes fontes no seu desenvolvimento, e como, no decorrer de sua construção foram feitas várias tentativas e adaptações que o redirecionaram para o momento e o contexto atual.

Devido a importância do estudo da literatura sobre os Ambientes Informatizados e a sua Relação com o Saber, e as implicações decorrentes desse fato com o ensino de Geometria na Escola, vamos apresentar um estudo no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2

OS AMBIENTES INFORMATIZADOS E O ENSINO:

Uma nova relação com o saber

> Manter as práticas pedagógicas atualizadas com os novos processos de transação do conhecimento não é usar as tecnologias a qualquer custo, mas sim acompanhar consciente e deliberadamente uma mudança de civilização que questiona profundamente as formas institucionais, as mentalidades e a cultura dos sistemas educacionais tradicionais e, sobretudo os papeis de professor e de aluno.
>
> Pierre Lévy (1999)

Nesse capítulo apresento um estudo da literatura sobre as novas relações com o saber que se estabelecem no ensino em ambientes informatizados, focalizando mais especificamente a Geometria Dinâmica.

Inicialmente, levando em consideração os referenciais teóricos que Lévy (1999) e Ramal (2002) apresentam, refiro-me à escola como uma das principais instâncias responsáveis pela preparação das pessoas para a vida social, o seu papel e o do professor diante da necessidade de aprendizagem contínua ao longo da vida, em mundo imerso em novas tecnologias e novas linguagens. Em conseqüência disso, o redirecionamento da aquisição do conhecimento geométrico, que vinculado ao "*saber fazer*" e ao "*saber pensar*" matematicamente, se desenvolve por meio de ações como: *experimentar, visualizar, conjecturar, propor hipóteses e concluir*. No âmbito dos ambientes informatizados essas ações adquirem um significado mais "amplo". Aqui está presente também a "simulação", por exemplo, e todas as possibilidades que o ambiente proporciona.

Como a presente investigação toma como base os ambientes de aprendizagem construtivistas abordados por Gravina (1998), apresento um breve estudo sobre a geometria que se ensina e as contribuições que a interatividade proporciona ao se utilizar um software de geometria dinâmica como ferramenta para a construção, exploração e compreensão de objetos geométricos.

Finalmente, as questões desenvolvidas nesse capítulo, são o referencial para o objetivo principal da dissertação, que tem o seu foco na construção e operacionalização de um dispositivo tecnológico para a realização de uma avaliação com intenção formativa (HADJI, 2001). Esse será o tema discutido no capítulo 3.

2.1. OS NOVOS AMBIENTES E A ESCOLA: *Redefinições da função docente*

O novo modelo de sociedade criado pela revolução tecnológica; estabelece novas formas de socialização, novas definições de identidade individual e coletiva, e determinam novas formas de aprender e conhecer: "*uma nova relação com o saber*". Essa **Relação com o Saber** é definida por Charlot (1997) apud Perrenoud (2000, p. 75-76) como: "*a relação com o mundo, consigo mesmo e com o outro de um sujeito confrontado com a necessidade de aprender*"; ou, ainda como "*o conjunto (organizado) das relações que um sujeito mantém com tudo o que diz respeito ao aprender e ao saber*".

A explosão de informações, a comunicação e as novas linguagens têm provocado uma série de reflexões sobre o papel da escola na formação do aluno, pois se constata que "*o espaço escolar não é mais o único lugar onde se aprende*".

Essa preocupação é clara nos comentários de alguns educadores, quando colocam que "*entramos num mundo de alta tecnologia, a chamada tecnociência, que exige, para o pleno exercício da cidadania, muito mais que o trivium ler, escrever e contar"* (D'AMBRÓSIO, 1999, p. 17-20), quando alertam para o fato de que "*a maioria das atividades cognitivas (aprender, ler, escrever, informar-se, ensinar, comunicar-se através do som, da imagem ou da linguagem) são potencialmente redefinidas pela nova tecnologia intelectual que é a informática*" (LÉVY, 1998, p.32); ou ainda, quando fazem constatações sobre os tempos de mudança educacional que estamos vivendo *"a explosão da informação, a multiplicação e a diversificação das formas de saber e conhecer e a demanda por uma educação contínua e permanente deram origem à nova cultura da aprendizagem, uma nova forma de entender o conhecimento"* (POZZO & ECHEVERRÍA, 2001, p. 19-23).

O conjunto de mudanças na relação com o saber, segundo Ramal (2002), estão relacionados a três elementos: *à velocidade com que as informações circulam* *e são produzidas* (conhecimentos anteriores são modificados, revistos, fundem-se com outros ou simplesmente se tornam ultrapassados); *à compreensão das relações entre trabalho, cidadania e aprendizagem* (analisar dados e situações, compreender o contexto e agir sobre ele, ser receptor crítico e ativo dos meios de comunicação, localizar a informação e utilizá-la criativamente; são "alguns" dos "novos saberes" para a vida cidadã no contexto democrático); e *às tecnologias* (a informática transforma o conhecimento em algo não-material, variável, por meio de suportes digitalizados, e traz consigo processos provocadores de rupturas: a interatividade, a simulação, a manipulação de dados).

Esses três elementos vêm questionar "*a escola*" como uma das principais responsáveis pela preparação para a vida social: a sua estrutura curricular rígida e distante da realidade, os conteúdos programáticos que dificilmente se renovam (definidos antes mesmo de se conhecerem as turmas); a ênfase colocada sobre os conteúdos "*formais*", que privilegiam os aspectos meramente da linguagem formal da matemática (teoria dos conjuntos, polinômios, por ex.); e o "*ensino propedêutico*[18]", que dá mais atenção aos *produtos* – testes e provas que determinam as notas – do que aos *processos* de construção do conhecimento.

Se por um lado, os novos ambientes informatizados, ao estabelecerem novas relações com o saber se colocam no centro da experiência e dos trabalhos escolares, por outro, "*o modelo existente se mostra ineficiente, gerador de frustrações, obsoleto, excludente, massificador e reprodutor de um sistema que já não existe mais em determinados aspectos*" (RAMAL, 2002, p.15). Mesmo assim, é "*a escola*", que ainda possui a prerrogativa da formação, e continua fornecendo aos alunos, os meios para a assimilação dos saberes, muitas vezes descontextualizado e, sem vinculo com a prática social.

Nesse sentido, D'Ambrósio (1999) alerta para o fato de que nesses novos tempos*, "está muito clara a necessidade de um novo tipo de formação profissional, com a preparação moderna para as novas demandas de trabalho*". O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo está exigindo conhecimentos que vão além do simples lidar com máquinas. A velocidade do surgimento dos novos saberes e a

[18] A expressão "ENSINO PROPEDÊUTICO" refere-se ao ensino *introdutório*, *preliminar*; que prepara para receber ensino mais completo. (Silveira Bueno, 2000)

renovação das formas de fazer em todas as atividades humanas tornará rapidamente ultrapassada a maior parte dos conhecimentos adquiridos por uma pessoa no início de sua vida profissional (PCNEM, 1999)

Como a sociedade e o mundo do trabalho têm necessidade de pessoas que dominem saberes e *savoir-faire* cada vez mais específico, "*a escola deve dar espaço para a criatividade, a exploração e a descoberta*" (PAUPITZ, 2000); para que o aluno desenvolva as potencialidades mentais e afetivas que permitam atuar na realidade e encontrar respostas para as novas situações.

Felizmente, algumas escolas preocupadas com a formação do cidadão deste milênio, têm se adequado à nova realidade adquirindo equipamentos, adequando os ambientes e capacitando professores. Exemplo disso já aparecia numa reportagem, em dezembro de 1999, anunciando "*A educação do futuro*[19]", que relatava como eram as aulas de um colégio da rede privada de São Paulo*:*

"Os estudantes do ensino médio têm salas de aula com equipamentos de realidade virtual e carteiras equipadas com monitores. As telas servem para mostrar todo o conteúdo da aula, preparado previamente pelo professor e projetado no softboard, como é chamada a tela maior que substitui o quadro negro. Os cadernos foram aposentados. Ao final da aula, todo o conteúdo pode ser gravado num disquete. Se estiver com dificuldades nos exercícios de casa, o aluno entra na página da escola na rede e discute sua dúvida com algum professor de plantão".

A situação apresentada, hoje já é realidade em muitas escolas, e cada vez mais leva a questionar os novos papéis que se apresentam para professor e aluno. O que se pode observar é que, como a transmissão de dados pode ser feita pelo computador de modo interessante (com recursos de animação, cores e sons), o aluno assume um papel mais ativo e busca por sua conta o que quer aprofundar. Em conseqüência disso, se o professor continuar agindo apenas como um bom transmissor de conteúdos, (por meio de fichas amareladas que servem para todas as turmas, dos textos que devem ser lidos sempre do mesmo modo, em qualquer contexto), "*será substituído por softwares interativos, com maior capacidade de*

[19] *Veja digital,* Dezembro de 1999.

memória, que passam as informações com imagens coloridas, músicas e vídeos divertidos". (RAMAL, 2002).

A reflexão que queremos fazer é que: se o ensino, a aprendizagem, e em conseqüência disso, a avaliação dependem do "olhar" do professor, então ele precisa estar "consciente" no que diz respeito aos procedimentos necessários ao avaliar na cibercultura. Essa nova realidade escolar que associa palavra e imagem, máquina e ser humano, real e virtual, comunicação presencial e em rede, exige um novo perfil docente. Entre outros aspectos, "*um profissional atualizado e contextualizado; um usuário crítico da tecnologia, capaz de associar o computador às propostas ativas de aprendizagem; um cidadão atento aos desafios político-sociais do contexto pedagógico de hoje; um orientador da pesquisa e facilitador da aprendizagem*" (RAMAL, 2000, p.22-26).

Para que isso aconteça, caberá ao professor reinventar a sua profissão, mudar sua atuação docente[20], assumir a função de um formador bastante diferente e mais complexa do que é hoje, pois "*a maneira pessoal como ele concebe a cultura escolar e a sua própria relação com o saber modula as distâncias entre os alunos e a escola*" (PERRENOUD, 2000)

O papel do professor, segundo Lévy (1999), nesse novo estilo de pedagogia proporcionado pelas redes de comunicação interativas, deve ser o de incentivador, de animador da inteligência coletiva de seus grupos de alunos; de modo a favorecer o desenvolvimento de aprendizagens personalizadas, em vez de ser um fornecedor direto de conhecimentos.

Além disso, uma das principais funções atribuídas a ele, diante dos desafios que a escola enfrenta na tentativa de sobreviver à sociedade do conhecimento, é a *mediação*. Para Hadji (2001, p.135), "*a conscientização da importância da função mediadora do professor, é contemporânea à discussão do modelo da transmissão*". No seu trabalho pedagógico, o professor é o mediador do discurso de outrem (linguagem, conhecimentos existentes, cultura); e, também de um ambiente em movimento, que ao produzir "*ruído*", "*desperta, impele e obriga a progredir*". Sendo

[20] Os saberes da docência para Tardiff (1991) apud Ramal (2002), "compreendem um conjunto plural constituído: pelos saberes da formação profissional, os saberes das disciplinas específicas, os saberes curriculares e os saberes da experiência".

assim, a recomendação é que ele seja o "*profissional da mediação"* entre o aluno e o saber, isto é, que ao desenvolver o seu trabalho pedagógico por meio da reflexão sobre as atividades propostas, determine a forma eficaz de "*fazer conhecer"* (representação da realidade) que o "*torne capaz de agir*" (imaginar as ações adequadas) como mediador em situações apresentadas. Ao realizar a mediação ele organiza *"o encontro com o 'saber erudito' (transposição didática) que permitirá ao aluno construir o seu próprio saber";* organiza *"a dialética sujeito/ambiente criando um espaço educativo, por 'recorte' de situações de aprendizagens adequadas";* e ainda, organiza *"o encontro com os outros e a sua palavra, compondo grupos, no seio do qual o confronto dos procedimentos e dos pontos de vista será a ocasião de sua evolução positiva das representações"* (HADJI, 2001, p.135).

Assumindo esse perfil docente e redescobrindo o valor do espaço escolar se caminha em direção a compreensão do papel que os ambientes informatizados exercem sobre o "*aprender*". Tomando como referência que aprender "*não consiste nem em empilhar conhecimentos em um espaço vazio, nem em trocar ignorância por conhecimento, mas em complexizar uma estrutura cognitiva dada - que é sempre o produto de estruturas iniciais e da ação desestabilizadora do ambiente sobre elas*" (HADJI, 2001, p.135); é possível desenvolver dispositivos de avaliação que permitam acompanhar o processo de construção do conhecimento nesses ambientes.

Diante dessas considerações, que passam por constatações sobre os novos ambientes que se estabelecem na cibercultura e pela necessidade de professores "conscientes" que diante dessa realidade, mudem o seu "olhar" ao "ensinar e avaliar" surge uma questão: Como fazer isso?

Para encaminhar essa investigação, vamos analisar algumas iniciativas em pesquisas, cuja abordagem é a tecnologia no contexto da educação matemática.

2.2. A TECNOLOGIA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: *Investigando o conhecimento matemático em ambientes informatizados*

As pesquisas na área de tecnologias digitais em Educação Matemática têm se proliferado, visando compreender como softwares agem nas atividades de comunidades de aprendizes, e para isso utilizam teorias e metodologias variadas. Essas teorias consideram que os ambientes informatizados, devido o seu caracter cognitivo, facilitam o acesso aos múltiplos sistemas de representações, oferecendo novas perspectivas no uso de linguagem e expressões matemáticas.

Os temas abordados nas pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática nesses ambientes apresentam mudanças no foco de seus interesses que vão do questionamento da "*validade da utilização de computadores em sala de aula*", entre os anos 1970 e 1980, passando pela investigação do "*como e quando utilizá-los"* (FRANT, 1999), desde o final de 1980; até as mais recentes pesquisas sobre *"o papel do corpo na produção de significados para gráficos de movimento",* utilizando para isso as novas tecnologias (calculadoras gráficas, computadores e sensores) no desenvolvimento de atividades para o ensino de Matemática. De acordo com Frant (2002, p.122), as pesquisas sobre o papel do corpo na produção de conhecimento, vêm ganhando espaço e se desenvolvendo fora do Brasil com o nome de *embodiment*.

Nos últimos anos vários grupos de estudos[21], vêm centrando as suas investigações nas mais diversas temáticas que incluem desde as pesquisas sobre as contribuições potenciais das ferramentas informáticas para o ensino de Matemática até as questões ligadas à integração e impactos dessas ferramentas (inclusive na formação de professores). No entanto, o que se verifica é que um grande número de pesquisadores tem procurado diferenciar as suas pesquisas sobre a utilização da tecnologia: ou como *ferramenta que pode facilitar o ensino e a aprendizagem da Matemática* (HADDAS & HERSHKOWITZ, 1999; BALACHEFF & KAPUT, 1996); ou o seu uso como *forma de expressão de aprendizagem* (FRANT & TORNAGHI, 1995; NOSS & HOYLES, 1996, 2001; FRANT, 1997, 1999). Essa distinção está intimamente ligada à visão de conhecimento que fundamenta a pesquisa, uma vez que essas visões vêm sendo utilizadas em diferentes contextos.

---

[21] GEPEM (Grupo de Estudos em Educação Matemática - USU - Rio de Janeiro/RJ), G3 (Grupo de Pesquisa EMAI – Educação Matemática em Ambientes Informatizados – PUC – São Paulo/SP), GPIMEM (Grupo de pesquisa em Informática outras Mídias e Educação Matemática - UNESP- Rio Claro/SP).

Os trabalhos mais recentes apresentados em Encontros e Congressos[22] (Nacionais ou Internacionais) abordam aspectos socioculturais, tais como: o papel do professor, o complexo processo de gênese instrumental e a conexão entre o uso de ferramentas e técnicas tradicionais. Essas pesquisas referem-se às seguintes temáticas: as relações entre objeto do saber e ambiente informatizado (GRAVINA, 1996, 1998; BORBA, 2002; ALMOULOUD, 2002); as interferências de diferentes ambientes (convencionais ou informatizados), suas potencialidades e dificuldades em trajetórias de aprendizagem matemática (FAINGUELERNT, 1999; NASSER & TINOCO, 1999, 2002); a integração de novas tecnologias no sistema educativo; crenças e atitudes (de professores e alunos) quanto ao uso de novas tecnologias (PENTEADO, 1998, 2000; MAGINA, JAHN & HEALY, 2002; VALENTE, 2001); os processos de gênese instrumental; o papel do corpo e da tecnologia na cognição matemática (FRANT, 1997, 2001; MARIOTTI & LABORDE, 2001); e ainda, a educação à distância (FAGUNDES, 2000; BAIRRAL, 2002).

Tendo em vista as características dinâmicas apresentadas por sistemas informatizados, "*o processo de pesquisa nesses ambientes representam uma complexa construção de métodos e não simplesmente 'um procedimento correto' a ser executado*" (KELLY & LESH, 2000), sendo necessárias adaptações e auto-regulações contínuas.

Para o desenvolvimento de investigações que utilizam a tecnologia como ferramenta de ensino/aprendizagem de Matemática, se priorizam metodologias que visem conexões produtivas entre teoria e prática[23], tais como: *experimentos de ensino* (Teaching experiments - envolvendo ambientes de aprendizagem informatizados); *entrevistas clínicas* (cujo enfoque é a mediação de concepções de alunos e professores ao usar as novas tecnologias); *pesquisa-ação* (cooperações entre pesquisadores e professores para análise e interpretação de informações sobre suas práticas); *observações etnográficas e pesquisas interpretativas* (estudos sobre as ações e interações dos participantes de uma comunidade); *"Design"*

---

[22] PME26 (Annual Meeting of the International Study Group of the Psychology of Mathematics Education), 2002, Africa do Sul; 9º ICME (International Congress on Mathematics Education), 2000, Japão; VII ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), 2001, Rio de Janeiro-RJ

[23] Alternativas metodológicas recomendadas pelo Grupo de Pesquisa EMAI (Educação Matemática em Ambientes Informatizados) do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

interativo de ambientes informatizados (desenvolvimento de ferramentas, tarefas e intervenções por meio da observação e análise de atividades); *estudos de casos* (coleta, registro e análise resultantes da exploração e descrição de casos particulares); *engenharia didática* (concepção, realização, observação e análise de seqüências de ensino); *modelo teórico dos campos semânticos e estratégia argumentativa* (visando à observação e análise desses campos na produção de significados), entre outras.

Ainda sobre o levantamento da pesquisa que vem sendo desenvolvida em ambientes informatizados, verifica-se que alguns grupos[24], preocupados com a formação continuada de professores de Matemática e com o desenvolvimento da educação à distância, têm avançado na compreensão de que a informática é, ao mesmo tempo matéria e forma do "*coletivo pensante*" idealizado por Lévy (1999), que diz respeito ao *"acesso de qualquer pessoa por meio de redes, a um conhecimento produzido por outra pessoa em qualquer local que estivesse, estabelecendo uma nova relação entre espaço geográfico, tempo real e produção do conhecimento"*. O seu uso ao criar uma demanda por essa inteligência, valoriza o entendimento que, em situações de aprendizagem, o conhecimento se constrói sob novas configurações estruturadas específicas, que apontam para a necessidade de "*fugir do uso de novas tecnologias tomadas como meros instrumentos, para assumi-las como um componente do meio em que a aprendizagem se dá*[25]". Considerando a oralidade, a escrita e a informática, como diferentes mídias ou como *"tecnologias da Inteligência"* (LÉVY, 1993), desenvolvem investigações em que as "*unidades de pensamento*", "*ser – humano – lápis – e – papel – computador – calculadora*", se transformam e se "*reorganizam"*, (TIKHOMIROV, 1981), com o uso de diferentes pedagogias. A teoria da reorganização sustenta que "o computador regula a atividade humana e que ele pode dar feedback a passos intermediários da atividade humana, que seriam impossíveis de serem dados por observadores externos".

---

[24] Pesquisadores atuando no PIE (Projeto Informática na Educação) do GPIMEM (Grupo de Pesquisa em Informática outras Mídias e Educação Matemática) do Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP, Rio Claro. O PIE é coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba e pela Profª. Drª. Miriam Godoy Penteado – IGCE/Unesp- Rio Claro.

[25] Recomendação da pesquisa realizada pelo PIE (Projeto Informática na Educação) da UNESP-SP, relatada por Maria Aparecida V. Bicudo no prefácio de *A Informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão*, 2000, p.5-8.

Segundo Borba (1999, p.31), essas idéias são fundamentais para a compreensão de temas, como: "*o papel do professor no coletivo pensante, as mudanças com que os alunos se deparam ao tentar compreender, com o uso do computador, conhecimentos estabelecidos pela mídia escrita; a metamorfose das tecnologias que mudam de natureza quando sensores são acoplados a calculadoras gráficas; as diferentes naturezas do computador dependendo do fato de estar ou não acoplado a Internet e interfaces que permitem o uso da Internet e das novas versões de rede de comunicação que estão em gestação, e as novas possibilidades da educação à distância com o desenvolvimento da telemática*",

As Tecnologias da Informação e da Comunicação (TICs) vem despontando como um "grande diferencial", que propicia um recurso privilegiado à disposição do professor de matemática. Sendo assim, entre a Matemática e a Tecnologia deveria se estabelecer uma relação de mão dupla: a Matemática como instrumento para o ingresso no universo tecnológico e a tecnologia como fonte de transformações na Educação Matemática. Desta forma, a tecnologia se apresentaria como apoio a aquisição de um *conhecimento matemático vinculado* ao domínio do *saber fazer matemática* e do *saber pensar matemático*, o que reforçaria a afirmação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, 1999, p.252), de que "*aprender Matemática é mais do que memorizar regras, aplicar fórmulas, desenvolver procedimentos e olhar os resultados apresentados*".

Por outro lado, com a renovação dos saberes e as formas de fazer em todas as atividades humanas impõe-se à necessidade de aprendizado contínuo. O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vem exigindo conhecimentos que vão além do simples lidar com máquinas, e isso aponta para um redirecionamento no ensino de matemática. No entanto, embora seja comum que ao se referir às tecnologias ligadas à Matemática se tome como base a informática, seu uso como ferramenta em sala de aula deve buscar uma reorganização do "pensar matemático".

Há uma unanimidade entre os educadores matemáticos quanto à necessidade de se adotar métodos de aprendizado "*ativo e interativo*[26]", uma vez que, por meio desses métodos o aluno tem a oportunidade de construir "*modelos explicativos, linhas de argumentação e instrumentos de verificação de contradições, criando situações em que o aluno é instigado ou desafiado a questionar*" (PCNEM, 1999, p.266). Além disso, diante de situações-problema eles aprendem a desenvolver estratégias, planejando as etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades e buscando novas alternativas a partir de seus próprios erros; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, organizando dados, sistematizando resultados, testando conjecturas e validando soluções[27]; podendo usar nessas ações, a tecnologia, hoje à disposição em muitas escolas.

No entanto, a simples menção de "tecnologia" ao lado da palavra "matemática", não promove uma nova postura didática e a introdução de novos conteúdos. As tecnologias precisam encontrar espaço próprio no aprendizado escolar regular de matemática, constituindo-se assim em instrumento de cidadania, para a vida social e para o trabalho.

Sendo assim, é importante que se desenvolvam critérios[28], tendo em vista um ensino de Matemática que resulte em aprendizagem real e significativa. Para isso, a primeira recomendação é que *"a tecnologia matemática, faça parte da experiência de 'todos os alunos', desde a utilização de calculadoras simples até o computador"* (PAUPITZ, 2000, p.24), pois é por meio dela que o indivíduo se orienta e se comunica no mundo do conhecimento em constante movimento.

---

[26] Características presentes em ambientes informatizados construtivistas, que permitem a modelação ou simulação (Gravina e Santarosa, 1998).

[27] Por meio da experimentação e pela possibilidade visual que se apresenta ao manipular um grande número de situações há um enriquecimento da percepção intuitiva de propriedades matemáticas. Exemplificando a utilização desses métodos, citamos um experimento em ambiente informatizado, em que alunos observam o comportamento do gráfico de funções quadráticas da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando se variam as constantes a, b e c. Ao explorar os aspectos numéricos e gráficos da função: mudando o sinal de a, inverte-se a concavidade da parábola; variando c, o gráfico se desloca para baixo ou para cima; e explorando, pode-se observar o comportamento do gráfico quando se atribuem diferentes valores para a constante b.

[28] Esses critérios podem se referir à avaliação do software quanto a sua "usabilidade", sua ergonomia, ou mesmo se o software permite a construção de um dispositivo que avalie o aluno ao utilizá-lo. Esta será uma questão que discutiremos mais adiante.

Os trabalhos com o computador podem ser os mais variados: planilhas de cálculo, relatórios da discussão do grupo em um projeto, propostas de resolução de problemas com programas que trabalhem gráficos de funções, ou ainda, trabalhos em programas de geometria dinâmica. Esses métodos, *"... acentuam a construção dos conhecimentos para o acesso ao saber..."*; isto porque *"... para construir o saber, o aprendiz aplica os seus conhecimentos e modos de pensar o objeto de estudo; age, observa, seleciona os aspectos que mais chamam a sua atenção, estabelece relações entre os vários aspectos deste objeto e atribui significado a ele, chegando a uma interpretação própria"* (MICOTTI, 1999).

Enfim, a aquisição do conhecimento matemático se dá quando a aprendizagem se desenvolve através de ações *realizadas pelo aluno*, a partir da investigação e exploração dos objetos. Isto quer dizer que, quando ele experimenta, interpreta, visualiza e conjetura, "*a formalização é simplesmente o coroamento do trabalho, que culmina na escrita formal e organizada dos resultados obtidos*" (GRAVINA, 1998).

Inquietações e questionamentos sobre o trabalho realizado em ambientes informatizados têm gerado um grande número de pesquisas. No entanto, o que se pode verificar nas investigações mais recentes (em andamento ou concluídas), é que as abordagens das discussões são sobre o impacto do uso das novas tecnologias da informação e da comunicação, ou sobre o papel da incorporação de novas técnicas ao usar computadores no processo de ensino/aprendizagem de matemática. Raramente se observa uma preocupação (que gere investigações e pesquisas) com a "*avaliação do conhecimento matemático desenvolvido ou trabalhado nesses ambientes*".

Nesse sentido, Lévy (1999) alerta: "*Usar todas as novas tecnologias na educação e na formação sem mudar em nada os mecanismos de validação da aprendizagem seria o equivalente a inchar os músculos da instituição escolar, bloqueando ao mesmo tempo, o desenvolvimento de seus sentidos e de seu cérebro*".

Tomando por base essa idéia, o presente trabalho pretende explorar a questão da avaliação, utilizando para isso o ensino de Geometria nos novos ambientes dinâmicos e interativos.

2.3. O ENSINO DA GEOMETRIA E OS AMBIENTES INFORMATIZADOS: um vínculo entre o *Saber Fazer* e o *Saber Pensar* Matemática

A preocupação com o ensino da Geometria, inserido no contexto de uma Educação Matemática para os novos tempos (*caracterizado pelo processo de globalização que antecipava a entrada numa sociedade do conhecimento*), já se apresentava nas falas de educadores matemáticos em meados dos anos 90.

"*Não se pode negar que a inspiração primeira da Geometria foi à representação gráfica da realidade sensível. A partir daí que foram dados os passos em direção aos tratamentos abstratos e formais característicos da Geometria Euclideana, das Geometrias Não-Euclideanas e da própria criação de novos objetos geométricos – alguns sem vínculo aparente com o real. Dificilmente se chega a uma geometria dedutiva sem passar pelas construções geométricas. Daí ser cada vez mais baixo o rendimento escolar em Geometria. É necessário perceber a realidade e representá-la, como estágio preliminar para a Geometria"* (...) "*O uso da régua e o compasso no mundo de hoje é, além de obsoleto, artificial*. A *representação e como poderíamos chamar a fase experimental do estudo da Geometria toma um outro sentido com a utilização dos computadores, por exemplo, com o 'Logo', o 'Cabri Geométrè' ou outros programas" (...) "Os estudos de geometria necessitam de reorientação. O conceito de observação deve ser redimensionado"* (D'AMBRÓSIO, 1995, p.31-32).

Por outro lado, já na década de 80, a "*Agenda para Ação*" (1980), do NCTM (National Council of Teachers of Mathematics - USA), que ressaltava a necessidade de mudança no foco do ensino de Matemática. Em conseqüência disso, se desenvolvem discussões e trabalhos, alguns deles publicados nos "Standards" dos anos seguintes (1989, 1991 e 2000), cuja abordagem é o ensino de Geometria.

Os autores de alguns estudos, ao focalizar o ensino de Matemática, destacavam a importância do acesso aos conceitos geométricos considerando que estes podiam auxiliar o homem no entendimento do espaço e da realidade nos quais se encontra inserido. Entre eles estão os de O'Daffer (1980) e Wheeler (1981) que reafirmam a necessidade dos estudos de geometria para uma melhor compreensão do mundo físico, porque ela favorece a consciência do espaço promovendo a sua compreensão, possibilita o desenvolvimento da intuição e o de habilidades necessárias à vida quotidiana, ao exercício de diferentes profissões e ao próprio domínio dos conceitos matemáticos.

Apesar de aparentemente contraditórias, essas posições concordam em um ponto: O uso do computador como ferramenta para o ensino de Geometria.

Skemp (1993) reforça a idéia da importância atribuída à geometria considerando-a a chave inicial para o entendimento de outros ramos matemáticos. Para ele, quando estabelecemos relações entre objetos do mundo físico, já estamos envolvendo idéias aritméticas, noções de medida, de localização e posição de objetos no espaço. Muitas abstrações, como lugar, movimento, forma de objetos, etc., começam a se desenvolver no trabalho com a geometria. Como tudo o que tem lugar no espaço tem forma e essa forma é conhecida de maneira sensível, o estudo das formas geométricas deve ser o ponto de partida do ensino de geometria.

Apesar de todas essas considerações e recomendações, que vêm desde a década de 80, a realidade do ensino de Geometria na escola não é essa.

2.3.1. A Geometria que se Ensina: *Constatações*

Ao longo das últimas décadas vários pesquisadores, dentre os quais Pavanelo (1989), Peres (1991), Lorenzato (1995), vem alertando para o fato de a geometria, ser pouco ou quase nunca, abordada em sala de aula. Esse fato vem ocorrendo não só na escola básica, como também no ensino superior, incluindo aqui os cursos destinados à formação de professores. Esses autores ainda ressaltam que "*quando é feito*" qualquer trabalho pedagógico com a geometria, ele é baseado apenas na memorização de nomenclatura e fórmulas, o que não leva o aluno à construção de conceitos ou ao relacionamento dos conteúdos matemáticos entre si, ao das demais disciplinas, ou a realidade do aluno.

Algumas das conseqüências desse abandono do ensino de Geometria ao longo dos últimos anos são apresentadas por Lorenzato (1995) como resultado de uma pesquisa realizada junto a professores (com cerca de 10 anos de experiência de magistério), em que *"somente 8% deles admitiam estar ensinando Geometria aos seus alunos, e reconheciam que lhes faltava a adequada metodologia"*. A constatação é que muitos professores não detêm os conhecimentos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas, pois "*ao serem submetidos a um teste com 8 questões referentes à Geometria Plana Euclidiana (conceitos de ângulo, paralelismo, perpendicularismo, círculo, perímetro, área e volume), responderam de forma imprecisa ou errada"*.

Mais recentemente instrumentos de avaliação como o ENEM, SAEB, os provões da licenciatura, os vestibulares, vem propondo mudanças significativas em direção a uma ênfase maior na Geometria. Entretanto, Pavanelo (2002) ao entrevistar professores de séries iniciais, ainda constata a insegurança destes ao se expressarem sobre o tema ou ao enfrentarem as situações propostas. Entre as dificuldades apresentadas destacam-se: a *identificação de figuras* (trocaram nomes e/ou elementos de figuras geométricas: quadrado com cubo, triângulo com cone, lados com arestas); as *definições* (definiram um triângulo como "uma figura de 3 lados", não percebiam a necessidade de acrescentar que essa figura deveria ser fechada); e as *representações espaciais* (ao representar figuras tridimensionais confundiram com figuras planas e vice-versa).

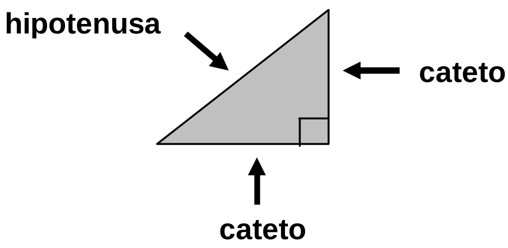
Referindo-se ao conhecimento geométrico adquirido por estudantes ao longo da sua vida escolar, Gravina (1996, 1998, 1999) alerta que *"os alunos chegam à universidade sem terem atingido os níveis mentais da dedução e do rigor. Raciocínio dedutivo, métodos e generalizações – processos característicos e fundamentais da Geometria – os alunos pouco dominam. Até mesmo apresentam pouca compreensão dos objetos geométricos, confundindo propriedades do desenho com propriedades do objeto".*

Vários professores dos cursos da área de Ciências Matemáticas de diferentes Instituições de Ensino Superior, entre eles Bertonha (1989), Nasser (1991), Kaleff (2000), têm estudado as dificuldades dos alunos do bacharelado e da licenciatura em compreender conceitos fundamentais de disciplinas como Geometria Analítica, Cálculo e Álgebra Linear por apresentarem problemas tais como: reconhecer as formas geométricas através dos seus nomes e sua visualização espacial, representar sólidos geométricos simples em perspectiva, relacionar os pontos de um sólido geométrico ao correspondente na sua representação em perspectiva, entre outros.

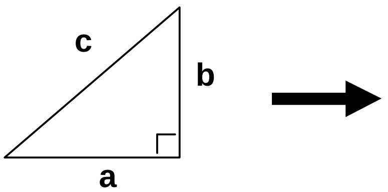
Argumentando sobre as possíveis causas do problema Gravina (1999), coloca que a sua origem está, em parte, nos programas e práticas de ensino de nossas escolas. É o tratamento estereotipado dado aos objetos geométricos, é a apresentação de demonstrações com argumentos ordenados e prontos. Muitos dos livros escolares iniciam com definições, nem sempre claras acompanhadas de desenhos bem particulares. Os desenhos são *exemplos-protótipos*[29] (HERSHKOWITZ, 1994, p.17): triângulo retângulo com ângulo reto em orientação vertical; quadrado com lados paralelos às bordas da folha de papel; retângulo sempre com dois lados diferentes; lados e ângulos iguais do quadrado como exemplo de quadrilátero; altura sempre em triângulo acutângulo, etc... Isto faz com que os alunos não reconheçam desenhos destes mesmos objetos quando em outra posição.

Um exemplo real dessa situação pode se observar na atitude de alguns professores, ao se deparar com a situação abaixo, trabalhada em um livro didático[30], sobre o triângulo de Pitágoras:

"Dado um triângulo retângulo, o lado oposto ao ângulo reto é chamado de ***hipotenusa****. Os outros lados são chamados de* ***catetos****".*



Costumava-se atribuir ao grego Pitágoras, a prova do seguinte resultado, que relaciona a medida da hipotenusa com a medida dos catetos em um triângulo retângulo:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Isso significa que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Essa relação também é conhecida como ***Teorema de Pitágoras****.*

---

[29] Ao investigar as imagens conceituais de conceitos geométricos Vinner e Hershkowitz (1983, 1987,1994) descobriram que cada conceito possui um (ou mais) *exemplo protótipo* que são forjados inicialmente e, portanto existem na imagem conceitual da maioria dos sujeitos. Esses exemplos segundo Hershkowitz (1994), são geralmente o subconjunto de todos os exemplos críticos do conceito e mais aqueles (não-críticos) específicos que possuem fortes *características visuais.*

[30] Exemplo do livro didático - Matemática inter@tiva – Reis & Trovon – 7ª série, 2002, p.218.

Embora se tenha um texto com explicações, definições e desenho, corretos (e colocados de maneira clara), ao se apresentar uma mudança de posição nas letras referentes à hipotenusa e aos catetos ("**a**" corresponde a hipotenusa, "**b**" e "**c**" são os catetos, e a relação é enunciada como $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$), geraram dúvidas e discussões motivadas pela reprodução do "*modelo*" previamente assimilado, no qual as letras estão em posição diferente.

Outros exemplos da aprendizagem realizada a partir de *exemplos-prototipicos* (HERSHKOWITZ, 1994, p.17) vêm da observação de questionamentos e dificuldades de alunos (ou professores), quando se muda a posição das figuras geométricas construídas. Ao trabalhar com um software de geometria dinâmica, na construção de um triângulo, eles "*tentam*" colocar a base do triângulo na horizontal. Isso mostra como está enraizada a "*idéia*" de apoio das figuras geométricas num plano horizontal.

Com relação a esse fato, em sua pesquisa de 2002, Pavanello ressalta que: "*Da mesma forma que os alunos, os professores demonstram acreditar que se uma figura é colocada em posição distinta daquela que se encontrava inicialmente, a mesma se modifica ou, pelo menos muda de nome*". E exemplifica: "*Se um quadrado não é mostrado com dois lados paralelos à linha de visão, mas repousando sobre um dos seus vértices, ele imediatamente se transforma em losango, algo semelhante acontecendo com dois retângulos congruentes colocados em posições diferentes, que passam a ser considerados como retângulos diferentes*". De acordo com Gravina (1996), este fato estabelece desequilíbrios na formação do conceito, uma vez que, a posição relativa do desenho ou seu traçado particular, passa a fazer parte das características do objeto geométrico, quer no aspecto *conceitual* como no aspecto *figural*.

Ainda, outra constatação sobre a geometria ensinada refere-se à dificuldade que se apresenta quando os alunos "*precisam*" realizar "*argumentações ou provas"* em Geometria. De acordo com Nasser e Tinoco (2002, p.97), isso se deve ao fato de que estão acostumados a receber definições prontas, eles só aprendem a aplicar fórmulas, que também são recebidas prontas. Investigando sobre esse assunto verificaram que ao argumentar sobre as questões propostas os alunos apresentam, dependendo de sua experiência e maturidade: raciocínio inconsistente, justificativa empírica, explicação gráfica, referência a uma autoridade, justificativa aceitável e prova formal. As autoras concluem que o ponto crucial para as dificuldades apresentadas é que "*a maioria dos professores brasileiros não exigem que os alunos justifiquem suas respostas*" (NASSER, L. & TINOCO, L.,1999).

Segundo Fainguelernt (1999, p.14), o ensino de Geometria, se comparado ao ensino de outras partes da Matemática foi e, ainda é relegado ao segundo plano, pois "*alunos, professores, educadores e pesquisadores têm-se confrontado com modismos, desde o formalismo impregnado de demonstrações, passando pela algebrização até o empirismo, o que comprovadamente não auxilia no seu ensino*".

Nesse sentido, apoiando-se em um primeiro levantamento realizado por Lorenzato (1995) sobre as práticas pedagógicas de Geometria realizadas no Brasil, aponta como causas para que o ensino de Geometria esteja praticamente ausente de sala de aula:

- *A não renovação do ensino de Geometria e em conseqüência disso a perda de vigor:* a geometria que "*ainda se ensina*" na maioria das escolas brasileiras é a Geometria Euclidiana cujos conceitos estão relacionados fundamentalmente com a organização do raciocínio e com a construção de argumentações lógicas, com ênfase nas definições, exemplos e resultados oriundos da construção axiomática. Para constatar isso, basta dar uma rápida olhada na apresentação de conceitos nos livros didáticos em geral. Isso constitui um obstáculo epistemológico a ser superado por professores e alunos, pois de acordo com essa prática pedagógica sugerida, os alunos são induzidos a uma atuação passiva, limitando-se no máximo, a serem simples copiadores; as figuras são apresentadas e descritas como resultados de observação alheia.
- *Os professores, na sua formação, não tiveram ou não têm acesso aos conhecimentos de Geometria necessários para a realização de sua prática pedagógica:* como não têm o conhecimento excluem a Geometria do seu plano de trabalho. O fato de não saber, impede a reflexão sobre a sua importância na formação dos seus alunos. Embora se verifique a necessidade de ampliar o universo das discussões sobre a Geometria a ser ensinada, o que se constata é que a tentativa de se inserir conceitos de

Topologia ou Geometrias não euclidianas esbarra na falta de conhecimento dos professores para a exploração desses conteúdos;

- *A importância excessiva dada ao livro didático como determinador dos conteúdos a serem desenvolvidos em sala de aula:* a maioria dos livros-texto apresenta uma geometria em que as figuras e seus elementos são definidos, os teoremas e suas demonstrações são apresentados para serem copiados, não deixando margem à exploração, à construção de conceitos e ao encaminhamento do aluno às suas próprias deduções. Poucos livros didáticos apresentam atividades com instruções para "*construir*" objetos geométricos, ou questões em que o aluno tenha que estabelecer estratégias para investigar, como: "*o que podemos fazer nesta situação?*", "*que regularidades percebemos?*" Segundo Gravina (1996), essas atividades levam o aluno ao domínio de conceitos geométricos. Felizmente, atualmente percebe-se que, motivados pelo PNLD (Processo de Avaliação do Livro Didático) e pelos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais), alguns livros didáticos (IMENES & LELLIS, 2000), (BIGODE, 2000), (TROVON, 2003) vêm trazendo uma ênfase maior em Geometria. No entanto, na prática, "*muitos professores*" ainda dão maior ênfase às questões algébricas, "*pulando*" os capítulos de Geometria ou deixando-os para o final do ano letivo;
- *No currículo a Geometria é relegada a um plano secundário:* no ensino fundamental (1º grau) está presente, mas não tem papel relevante; no ensino médio (2º grau), nos cursos de licenciatura em Matemática (3º grau) ou nos cursos de formação de professores, não consta ou tem uma posição muito frágil.

Essas considerações apontam para a necessidade de mudanças no ensino de Geometria, embora se verifique que a reformulação não é apenas uma questão didático-pedagógica. Ela é também epistemológica e social, porque a Geometria exige do aprendiz uma maneira específica de raciocinar e de descobrir por meio da exploração de formas existentes ou construídas.

Atualmente, vários grupos compostos por professores pesquisadores da graduação e da pós-graduação em Educação Matemática[31], motivados pelas constatações aqui levantadas, têm refletido sobre a "*Geometria que se Ensina*" e quais as mudanças que se fazem necessárias no "*Ensino de Geometria para os novos tempos*".

2.3.2. O Ensino de Geometria e os novos tempos: *refletindo sobre Mudanças e Enfoques*

No início desse século, com a aceleração do uso da tecnologia no tratamento de objetos geométricos, se torna cada vez mais evidente o redirecionamento nas discussões sobre a Geometria Escolar. O desenvolvimento das habilidades de *visualização*, de *interpretação* e de *representação* dos objetos do mundo real, se apresenta como o "novo enfoque" necessário ao conhecimento de Geometria.

Isso se justifica pela abundância de informações visuais presentes, tanto em situações simples do dia a dia, como em problemas de Engenharia, da Arquitetura, da Medicina, da Geografia, das Artes, etc... Sendo assim, está em jogo a interpretação de informações visuais, quando se trata de representações simples, como o esboço de figura geométrica ou de um mapa que indique o caminho entre duas localidades; quanto de representações gráficas mais sofisticadas como as que resultam de tabelas com indicadores numéricos, as plantas de objetos desenhados, as imagens impressas ou apresentadas na tela do computador, provenientes de fotografias de satélites ou de aparelhos de tomografia computadorizada, as imagens observadas através de microscópios e outros meios ópticos; ou ainda, as imagens pintadas por artistas representando a natureza ou suas visões imaginárias.

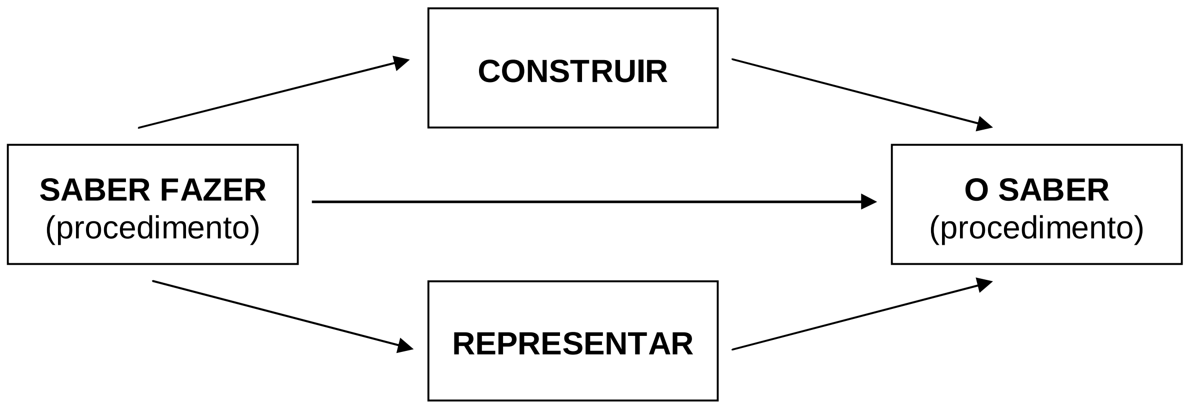
[31] GEPEM (Grupo de Estudos em Educação Matemática - USU - Rio de Janeiro/RJ), G3 (Grupo de Pesquisa EMAI – Educação Matemática em Ambientes Informatizados – PUC – São Paulo/SP), GPIMEM (Grupo de pesquisa em Informática outras Mídias e Educação Matemática - UNESP- Rio Claro/SP).

Diante desta constatação os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (1999), vêm recomendar um ensino de geometria que articule as noções geométricas com a realidade visual do mundo que nos cerca. Isso se justifica porque é "*através das habilidades de visualização que se pode mencionar e reconhecer as propriedades de um objeto (real ou imagem visual) independente de tamanho, cor, posição; produzir imagens mentais dinâmicas e visualizar uma configuração em movimento; relacionar vários objetos, desenhos e/ou imagens mentais identificando semelhanças e diferenças*" (VILLARREAL, 1999, p. 38). As habilidades de visualização, desenho e argumentação lógica são indispensáveis para que o aluno possa usar formas e propriedades geométricas na visualização e representação de partes do mundo que o cerca, na busca de soluções de problemas. *Estas habilidades são importantes também na compreensão e ampliação do espaço e na construção de modelos de outras áreas do conhecimento, como por exemplo: as relações entre as representações planas nos desenhos e os mapas, as representações de formas planas ou espaciais e suas propriedades na tela do computador e a leitura do mundo através da Física* (PCNEM, 1999, p.257).

De acordo com Fainguelernt (1999, p. 53) a visualização geralmente se refere "*à habilidade de perceber, representar, transformar, descobrir, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre informações visuais".* Essas informações visuais geram modelos que interagem continuamente com o mundo físico e com outras partes da matemática. A geometria interpreta e representa os modelos visuais. Desta maneira, a visualização em Matemática pode ser considerada como "*o tipo de atividade de raciocínio baseada no uso de elementos visuais ou espaciais, sejam mentais ou físicos, realizados para resolver problemas ou provar propriedades*" (GUTIERREZ, 1996) apud (VILLARREAL,1999, p. 37).

Como a visualização se relaciona com a discussão de fatos observados e com a transformação dos objetos, "*mudar a representação de uma idéia significa, entre outros fatos, mudar de perspectiva com relação à mesma, isto é, associar e descobrir outras relações e características dessa idéia*" (FAINGUELERNT, 1999, p.58). Parte-se do Saber Fazer (*know-how*) para construir o Saber (*Knowledge*), processo esquematizado a seguir:

Figura 1 – SÍNTESE DO PROCESSO DE REPRESENTAÇÃO de acordo com FAINGUELERNT, 1999.



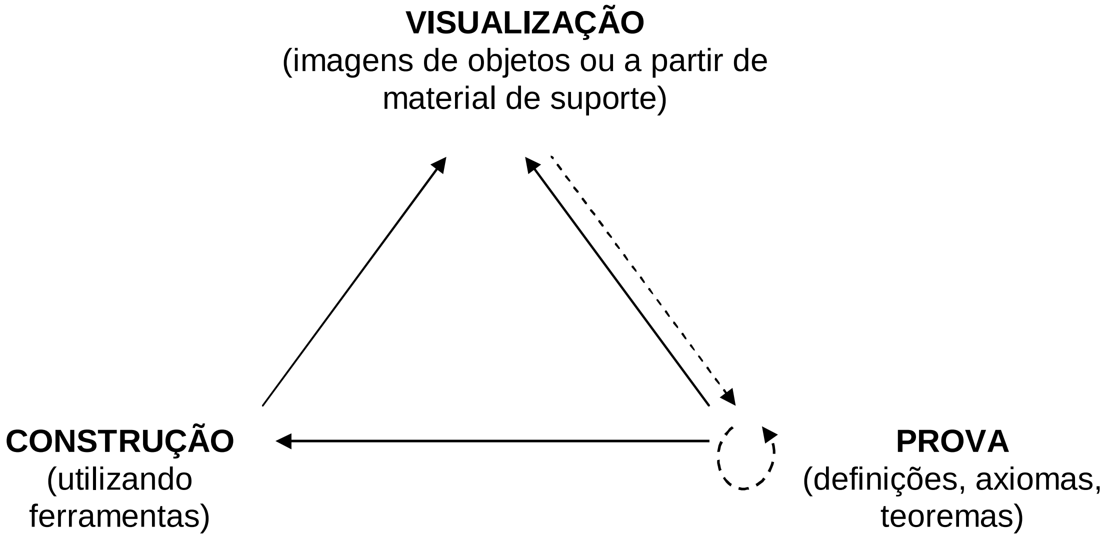
Vários educadores matemáticos têm feito colocações que vêm reforçar essa idéia, dentre eles: Arcavi (1994) ao afirmar que para aprender e compreender Matemática, e em particular a Geometria, é necessário "*ter a capacidade de trabalhar com diferentes representações de uma mesma idéia, realizando conexões entre elas e sabendo identificar bem as restrições*"; Arcavi & Schoenfeld (1992) quando coloca que: "a *habilidade de pensar em termos de diferentes tipos de sistema de representação favorece o bom desempenho e a competência no pensar matemático, em particular no pensar geométrico"*; Dreyfus & Hadas (1994), ao lembrar que "*a aprendizagem e a compreensão de determinados conteúdos ocorre realmente quando o aluno se torna capaz de falar sobre eles, de relacioná-los e de formar para si representações que reflitam a situação de estudo*".

Referindo-se aos processos cognitivos envolvidos no aprendizado de Geometria Duval (1995), afirma que são de três tipos e estão intimamente conectados, embora possam ser realizados de forma independente. (Figura 2):

- Processo de visualização com respeito à representação espacial,
- Processo de construção através de ferramentas (régua, compasso, esquadro e softwares),
- Processo de raciocínio, o que é básico para ser demonstrado e comprovado (teoremas, axiomas e definições)

Esses processos se apresentam de acordo com o seguinte esquema:

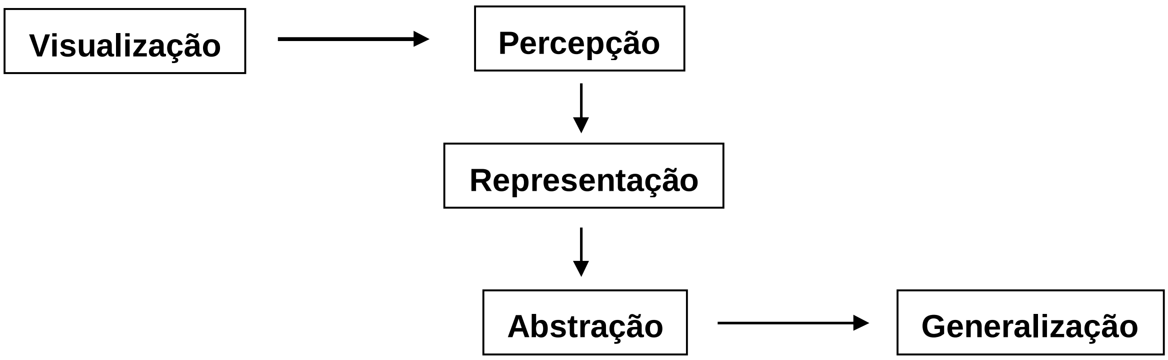
Figura 2 – TIPOS DE PROCESSOS COGNITIVOS (DUVAL, 1995)



Embora a *visualização* não dependa da construção das figuras, ela é a passagem, em qualquer caminho que se esteja construindo. Isso quer dizer que se por um lado, a *construção* depende da conexão entre as propriedades matemáticas do conceito que se deseja construir e de algumas ferramentas (régua, compasso ou um software adequado), por outro a *visualização* é o apoio intuitivo, algumas vezes necessário para se achar a prova. No entanto, é importante lembrar que o desenvolvimento do raciocínio depende também de um corpo qualquer de proposições (definições, teoremas, axiomas) disponíveis.

Segundo Fainguelernt (1999, p.54), toda a atividade de Geometria envolve, no mínimo implicitamente, uma comunicação entre esses três tipos de processos: *a visualização, a construção e a prova*. No que diz respeito à visualização Villarreal (1999, p. 38), afirma que "*existem dois processos: a interpretação visual da informação para formar imagens mentais e a interpretação dessas imagens para gerar informação*". Uma integração entre eles se faz necessária no desenvolvimento da aprendizagem nessa área, devido à complexidade do processo cognitivo utilizado na elaboração de um conceito ou prova em Geometria.

Ao estabelecer um modelo para o processo de formação e construção de um conceito geométrico, de acordo com a seguinte seqüência;



a autora citada recomenda que na construção de um conceito, "*se parta da percepção e da intuição de dados concretos e experimentais, se explore as representações e as aplicações, desenvolvendo o raciocínio lógico para que só então, se chegue aos processos de abstração e generalização*". (Fainguelernt, 1985, 1999, p.215).

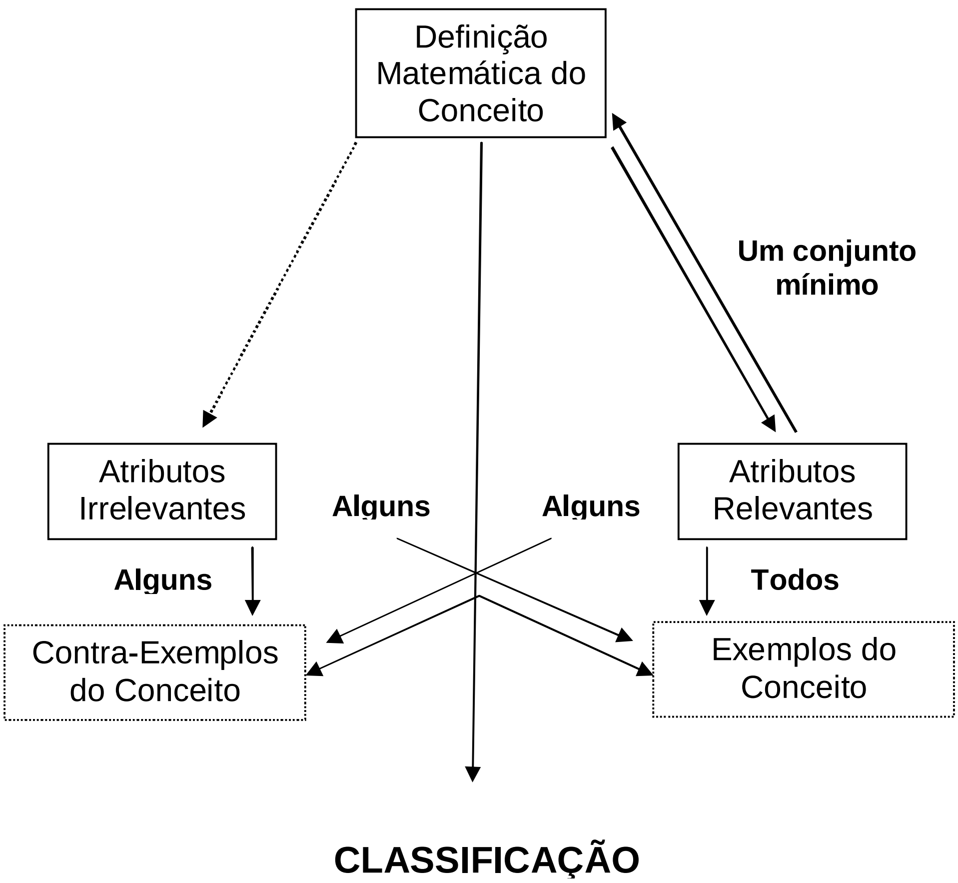
Essa idéia é reforçada por Gravina (1996), quando argumenta: "*se pensarmos em Geometria como um processo de interiorização e apreensão intelectual de experiências espaciais, o aprendizado passa por um domínio das bases de construção deste ramo do conhecimento".* Nesse processo a *abstração* exerce um papel fundamental, pois "*quando se faz uma leitura do mundo através da matemática, os objetos do mundo físico são associados a entes abstratos, que definidos e controlados por um corpo de pressupostos, formam o sistema de axiomas da teoria".* Mesmo sabendo que na transição para esse mundo existam dificuldades inerentes ao processo, provenientes do confronto entre conceitos científicos e não científicos.

Para compreender como os alunos constroem as imagens conceituais geométricas, e identificar os fatores que influenciam esse desenvolvimento é necessário que se faça uma análise do conceito e de sua estrutura matemática.

De acordo com Hershkowitz (1987), um conceito geométrico é ligado a uma definição matemática, e por essa razão possui atributos relevantes que devem ser reconhecidos para identificá-lo nos contextos em que ele se encontra inserido. No entanto, possui também alguns atributos, aparentemente irrelevantes, mas que permitem pela comparação entre exemplos e contra-exemplos, se chegar à sua definição matemática.

A idéia da inter-relação matemática entre os elementos de um conceito é esquematizada da seguinte forma:

Figura 3 - ESQUEMA DAS INTER-RELAÇÕES MATEMÁTICAS ENTRE OS ELEMENTOS DE UM CONCEITO MATEMÁTICO



Esses conceitos podem ser devidamente explorados e experimentados num ambiente informatizado. De fato, "*pesquisas em Educação Matemática mostram que o aluno se apropria de novos conhecimentos quando participa ativamente do processo ensino-aprendizagem. O uso de diversas ferramentas, entre elas o computador, é um dos caminhos possíveis para o envolvimento do aluno na construção do saber*". (SANGIACOMO, 1999)

Nesse sentido o relatório da CBMS (Conference Board of the Mathematical Sciences) em 1983, já registrava a preocupação com a utilização da tecnologia no ensino de Matemática e fazia recomendações como: "*Há muito campo para o uso de computadores em Geometria. É mais fácil para os alunos adquirir um senso visual de conceitos geométricos e de transformações através de pacotes gráficos. A necessidade de usar descrições algébricas de objetos quando se escrevem programas gráficos é um reforço para a geometria analítica. O raciocínio algorítmico necessário para escrever programas tem muita semelhança com o raciocínio exigido para Idear demonstrações*" (USISKIN, 1994, p.28).

Em particular na Geometria, os ambientes dinâmicos e interativos fornecem ferramentas poderosas para a exploração das diferentes formas de representação a fim de se chegar à construção do conceito.

2.3.3. O Ambiente Dinâmico e a Interatividade: uma Nova Abordagem para o Ensino *de Geometria*

Hoje, com a extensão da revolução tecnológica aos mais diversos campos (matemática, farmacologia, física nuclear, eletrônica da aviação, gestão, economia, demografia, história, etc...), tem provocado reflexões e recomendações sobre o ensino-aprendizagem em ambientes informatizados.

As novas tecnologias, em particular, os computadores por meio dos softwares que trabalham os elementos da geometria simulando situações reais (CAD, 3D Studio e outros)[32], interferem e afetam intensamente nossa sociedade.

[32] Exemplificando: para construir uma peça cilíndrica em que uma base circular se deforma continuamente até alcançar a outra base que é sextavada, só é possível com transformações sucessivas, por meio da utilização de um torno eletrônico manipulado através de um software.

Muitas atividades tradicionais, como os desenhos técnicos feito à mão, tornaram-se obsoletas enquanto novas profissões e desafios estão surgindo a cada dia.

Antigas profissões não são mais concebidas sem o uso da tecnologia: os administradores dependem da agilidade de cálculos proporcionados por planilhas eletrônicas; os engenheiros (Arquitetos, Mecânicos, etc...) dependem dos projetos eletrônicos calculados e simulados por softwares específicos da área.

O real é praticamente apreendido como "*um modelo*" entre os diversos modelos possíveis. A "*testabilidade*" das hipóteses e a formalização rigorosa dos modelos aproximam fortemente a psicologia, a economia, a sociologia ou a história das ciências exatas. (LÉVY, 1998, p.104)

"A *informática e as ferramentas advindas da computação criam a cada dia novas situações nas quais as formas virtuais ganham aspectos de uma realidade quase material, abrindo novos rumos para o entendimento das formas que se apresentam no plano da tela do computador*". (KALEFF, 1998, p.17)

Diante dessa perspectiva, os ambientes informatizados se apresentam como um diferencial poderoso para o ensino-aprendizagem de Geometria, ao permitir novas abordagens na discussão de questões conceituais e metodológicas sobre objetos geométricos.

Além disso, devido as suas características de dinamismo e interatividade se pode estabelecer *uma nova relação com o erro*. Há algum tempo, quando se usava somente o papel e a caneta, errar significava refazer o desenho, o projeto (ou usar os líquidos corretores). Hoje, o monitor é o próprio esboço. Podemos observar, comparar, mudar, redimensionar, até aproximarmos da versão final de um desenho ou de qualquer produção multimídia. Aprendemos por ensaio e erro. *"Essa tecnologia intelectual potencializa nossas capacidades, além de economizar tempo e garantir a qualidade visual"* (RAMAL, 2000).

Segundo (FAINGUELERNT, 1999, p. 53) "*a preocupação com a visualização em relação à aprendizagem de Geometria é, em certo sentido, um processamento do próprio domínio visual através de diferentes maneiras de representar*" (...) "*o computador veio introduzir uma dimensão dinâmica à investigação sobre visualização, pois as representações de figuras planas e espaciais na tela podem ser* *manipuladas e transformadas de diferentes maneiras*" (PAPERT, 1987) apud (FAINGUELERNT, 1999, p. 53).

Como as diferentes representações, que um software permite explorar, geralmente estão relacionadas com a visualização dos fatos observados e com a transformação dos objetos (baseadas em informações visuais do objeto recebidas pelo sujeito), "*a representação, a visualização e a construção de imagens mentais estão interligadas*". Imagem mental é definida por Gutierrez (1996), apud Villarreal (1999, p.37), como "*qualquer tipo de representação cognitiva de um conceito ou propriedade matemática por meio de elementos visuais ou espaciais*".

Isso quer dizer que as primeiras impressões sobre o objeto vêm da observação e da relação aluno-objeto. A partir dessas impressões, o aluno constrói as imagens mentais do objeto em estudo, que organizadas e aplicadas a diferentes contextos, dão origem à representação visual do objeto, concretizando assim, suas características e propriedades. No entanto, como a tendência natural é pensar em termos de imagens mentais, "*o que visualmente não se consegue imaginar, dificilmente se percebe mentalmente*" (FISCHBEIN, 1987). De acordo com Lévy (2001, p.156), a faculdade de imaginar, ou de fazer simulações mentais do mundo exterior, é um tipo particular de percepção, desencadeada por estímulos internos. A imaginação é a condição da escolha ou da decisão deliberada: o que aconteceria se fizéssemos isto ou aquilo?

Tomando por base essa idéia, Gravina (1996) afirma que: "*na formação da imagem mental, o desenho associado ao objeto geométrico desempenha papel fundamental*", pois "*para o aluno nem sempre é de todo claro que o desenho é apenas uma instância física de representação do objeto*". Assim, se por um lado o desenho é um suporte concreto de expressão e entendimento do objeto geométrico (diante de um problema: a primeira coisa que fazemos é desenhar a situação quer numa folha de papel ou quer na tela de um computador); por outro lado, esse desenho pode ser um obstáculo ao entendimento do problema apresentado. Isto porque dependendo do estágio de desenvolvimento mental, os alunos trabalham meticulosamente buscando a "*perfeição"* do desenho, como se este fosse "*o objeto geométrico*", deixando as propriedades abstratas, que dão existência ao objeto, em segundo plano. Até mesmo, confundem características físicas do desenho (espessura do traçado, tamanho do ponto) com propriedades geométricas.

A questão do desenho interferindo no aspecto conceitual refere-se à: *“dificuldade em manipular objetos geométricos, a saber, a tendência em negligenciar o aspecto conceitual pela pressão de restrições do desenho, é um dos maiores obstáculos para o aprendizado da Geometria. (...) Freqüentemente condições figurais (de desenho) escapam do controle conceitual, e impõem a linha de pensamento, interpretações que do ponto de vista de desenho são consistentes, mas que não são condições conceituais”.*(FISCHBEIN, 1993)

No que se refere aos processos de formação do conceito e a dificuldade na aprendizagem de Geometria Fischbein (1993), em sua teoria, coloca que todo objeto geométrico tem duas componentes: *uma conceitual e outra figural*. A *conceitual*, através de linguagem escrita ou falada, com maior ou menor grau de formalismo dependendo do nível de axiomatização com que se está trabalhando, *expressa propriedades que caracterizam certa classe de objetos*; e a *figural* que corresponde à *imagem mental que associamos ao conceito*. Em situações mais complexas de aprendizagem, impõem-se as habilidades de saber controlar diversas informações no mesmo desenho, que associadas às propriedades geométricas sempre têm uma configuração, seus objetos geométricos em relação as componentes *conceitual* e *figural*. Na Geometria a componente figural tem a característica de poder ser “manipulada” através de movimentos, mantendo invariantes nas relações. “*A harmonia entre essas duas componentes é que determina a noção correta sobre o objeto geométrico*” (GRAVINA, 1996).

Ao deduzir uma propriedade se estabelece uma cadeia lógica de raciocínios conectando as propriedades do enunciado tomadas como pressupostos (hipóteses), às propriedades ditas decorrentes (teses). Nesta cadeia de raciocínios que se denomina argumentação lógica e dedutiva, o desenho entra como materialização da configuração geométrica, guardando relações que a partir delas decorrem as propriedades. Segundo a autora, nesse processo de argumentação, duas dificuldades básicas se apresentam:

a) perceber (no desenho) configurações simples dentro de configurações complexas, as quais vão ser os "elos" compondo a cadeia de argumentação; e,

b) controlar o desenho para que características de contingência da representação não sejam incorporadas às propriedades matemáticas que determinam a configuração.

Por exemplo: "*é comum o aluno dizer que as mediatrizes de um triângulo se interceptam num ponto no interior do triângulo*". Essa argumentação "equivocada" na dedução da propriedade toma por base um desenho prototípico em associação, que apresenta o ponto de interseção sempre no interior do triângulo.

Essas considerações por um lado ressaltam a importância do desenho no ensino e aprendizagem de Geometria, quando se trabalha em ambientes informatizados; por outro alertam para o fato de que a ferramenta computador produzirá resultados positivos, desde que desenvolvidas em um software educacional adequado[33] e aliada a uma escolha de atividades interessantes e significativas. Nesse sentido Gravina (1998) alerta para o fato de que "*a informática por si só não garante a mudança, e muitas vezes se pode estar enganado pelo visual atrativo dos recursos tecnológicos que são oferecidos, mas os quais simplesmente reforçam as mesmas características do modelo de escola que privilegia a transmissão de conhecimento*".

Referindo-se às possibilidades oferecidas por esses ambientes no tratamento dos objetos geométricos Fainguelernt (1999, p.58-59), afirma que ao realizar atividades de exploração e simulação no computador, professores e alunos constroem um procedimento, comprovam, encontram seus erros, corrigem, "consertam", refazem, procuram adequações e as estendem aos outros procedimentos mais gerais; permitindo assim que os aprendizes construam redes conceituais de conhecimento.

---

[33] Analisadas por MISKULIN, R.G.S. em *Softwares educacionais: ambientes computacionais utilizados no ensino*. http://www..fae.unicamp.br/cempem/ acesso em 28/05/2003.

Dentre os programas desenvolvidos para o ensino-aprendizagem em ambientes informatizados, os softwares de geometria dinâmica[34], se destacam como importantes ferramentas para investigações em Geometria. Devido a sua interface interativa, permitem representar e movimentar as construções geométricas na tela do computador, investigando suas propriedades por meio da visualização e movimentação dos objetos construídos. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de "*desenhos em movimento*", e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema.

As possibilidades oferecidas por esses softwares vêm solucionar uma grande parte das dificuldades, tanto no caso de formação de conceitos como da dedução de propriedades, que se originam no aspecto estático do desenho. Quando se passa para um tratamento de "*desenhos em movimento*", as particularidades da contingência de representação física mudam, e o que emerge são os invariantes, ou seja, as reais propriedades geométricas da configuração. Um dos aspectos importantes da investigação matemática é a abstração da invariância, mas para reconhecê-la, para ver o que permanece igual, devemos ter a variação. "A *idéia de movimento é inseparável da idéia de invariante geométrico*" (LABORDE, 1992).

Convém ainda ressaltar que por meio dos desenhos em movimento se cria naturalmente um ambiente de investigação; os invariantes se destacam e se tornam fonte de conjecturas na busca de entendimento do problema geométrico em questão. No entanto, se sob ação do movimento, o desenho não corresponde ao desejado, duas são as possibilidades: ou o objeto foi mal construído (o que significa que propriedades que caracterizam o objeto não foram bem utilizadas) ou a imagem visual não é adequada ao objeto geométrico em questão. Diversos relatos de experiência apresentados em congressos recentes tem mostrado que "*O feedback oferecido pelo ambiente propicia aos alunos o ajuste das propriedades dos objetos*

---

[34] Softwares que nos oferecem "régua e compasso eletrônicos", e através de menus em sua interface gráfica permitem realizar construções em linguagem clássica da Geometria. Entre eles estão: o Cabri-Géomètre do IMAG (Institut d'Informatiqe et de Mathematiques Appliquees), Grenoble e o Geometer's Sketchpad da Key Curriculum Press, desenvolvido por N. Jackiw e S. Steketee.

com as imagens mentais que são construídas ao longo do processo de exploração" (HOFFMANN, 2001).

Segundo Gravina (1996), o aspecto dinâmico do desenho desencadeia um processo desafiador e interessante de ensino e aprendizagem, uma vez que as explorações e estratégias que vão se delineando ao longo do trabalho são similares às que acontecem no ambiente de pesquisa de um matemático profissional. Esta postura investigativa contribui para a formação de uma concepção sobre matemática diferente daquela construída, usualmente, ao longo da vida escolar.

Devido as suas características de *dinamismo* e *interatividade*[35] esses softwares propiciam ao aluno um papel ativo na construção de seu conhecimento, se constituindo assim em *ambientes construtivistas,* que d*e acordo com PCNEM (1998, p.262), "tomam a aprendizagem como resultado da construção do conhecimento pelo aluno, onde respeitam as suas idéias prévias ao processo de aprendizagem".* Como esses ambientes dependem de modo fundamental das ações do sujeito e de suas reflexões sobre estas ações, dá suporte aos objetos matemáticos e às ações mentais dos alunos, o que favorece o desenvolvimento de processos imbricados de construção do conhecimento matemático e de estruturas cognitivas.

De fato, os ambientes construtivistas oferecem suporte às concretizações e ações mentais do aluno; isto se materializa nas possibilidades de representação dos objetos matemáticos na tela do computador e na manipulação destes objetos via sua representação. São reações que ajudam o aluno a entender as restrições conceituais do problema em questão; o sistema funciona como um "sensor" no ajuste entre o conceito matemático e concretização mental em processo.

Ao analisar os ambientes que os softwares de geometria dinâmica oferecem, Gravina (1998) toma como referência os trabalhos de Kaput (1992) e Mellar & at all (1994) para destacar algumas das suas características que correspondem a um ambiente construtivista: o *meio dinâmico*, o *meio para modelagem e simulação*, a possibilidade de *múltiplas representações* e a *capturação de procedimentos*. Essas

[35] Para Gravina (1998), *Interatividade* é a dinâmica entre ações do aluno e reações do ambiente, e no sentido muito além daquele em que a reação do ambiente é simplesmente informar sobre "acerto" ou "erro" frente à ação do aluno, não fornecendo nenhuma contribuição ao processo de aprendizagem.

características dão suporte as ações e reflexões sobre os objetos matemáticos, condição indispensável na aprendizagem de matemática.

1. *Meio dinâmico*

O caráter estático apresentado pelos sistemas no desenvolvimento do conhecimento matemático muitas vezes dificulta a construção do significado. Em conseqüência disso, muitas vezes, o significante passa a ser um conjunto de símbolos e palavras ou desenho a ser memorizado.

A instância física de um sistema de representação afeta substancialmente a construção de significados. As novas tecnologias nos oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, isto é, permitem que o objeto matemático tenha uma representação mutável obtida através de sua manipulação direta na tela do computador; diferentemente da representação estática das instâncias físicas tipo "lápis e papel" ou "giz e quadro-negro".

2. *Meio para modelagem e simulação*

A característica dominante da modelagem é a explicitação, manipulação e compreensão das relações entre as variáveis que controlam o fenômeno, sendo o feedback visual oferecido pela máquina um recurso fundamental para o "*ajuste*" de idéias. Em programas com recursos de modelagem os alunos constroem modelos a partir representações dadas por expressões quantitativas (funções, equações diferenciais,...) e de relações entre as variáveis que descrevem o processo ou fenômeno.

No que se refere aos objetos matemáticos, simulações digitais podem: infirmar, confirmar ou gerar *conjecturas*. Segundo Ogborn (1997), "*quando se constroem modelos começa-se a pensar matematicamente. A análise de um modelo matemático pode levar à compreensão de conceitos profundos, como por exemplo, a noção fundamental de taxa de variação (...) A criação de modelos é o início do pensamento puramente teórico sobre o funcionamento das coisas"*.

Criar e explorar o modelo de um fenômeno é uma experiência importante no processo de aprendizagem. Esta abordagem permite que alunos, ainda sem grande formação matemática, explorem fenômenos de natureza matemática complexa. Como os outros métodos construtivistas, simulações colocam os estudantes em papel ativo em um ambiente que possui um conjunto de regras. O ambiente pode ser real ou fictício (MADDUX et al.,1996, p. 219).

Nesse sentido, Miskulin (1998, p.101), relata que os "a*mbientes de simulação são ativos e, estudantes, nesses ambientes, envolvem-se em simular fenômenos reais e imaginários. Eles podem processar entradas, variáveis, planejar ações, analisar problemas, tomar decisões, monitorar progressos e coordenar seus esforços para alcançarem os objetivos delineados*".

3. Múltiplas representações

A partir de múltiplas representações de um mesmo objeto matemático pode-se perceber e registrar as suas diferentes facetas. Assim, dependendo do grau de complexidade de um conceito, seu entendimento torna-se mais significativo.

Os programas que fazem "*traduções*" entre diferentes sistemas se apresentam como importantes recursos pedagógicos, pois através deles pode-se interpretar o efeito de suas ações, muitas vezes de forma simultânea, frente as diferentes representações.

4. Capturação de procedimentos

É um recurso encontrado, particularmente, em programas para Geometria. Por meio dele os procedimentos de uma construção são automaticamente gravados e mediante solicitação se pode repassar "*passo-a-passo*" o desenvolvimento de um trabalho. Através da revisão de procedimentos é possível refletir sobre as ações, identificando conflitos cognitivos ou colocando em evidência o processo de generalização e abstração. Isto favorece o estabelecimento de conjecturas e procedimentos algorítmicos gerais, a partir de casos particulares.

A presença dessas características em softwares de geometria dinâmica os identifica como ambientes construtivistas, uma vez que ao oferecer recursos que viabilizam as ações mentais, podem ajudar na superação de obstáculos inerentes ao processo de aprendizagem de Matemática.

No que se refere ao estabelecimento de uma *pedagogia construtivista*, as pesquisas em educação matemática apontam apenas princípios norteadores no desenvolvimento de atividades. Embora não se tenha ainda estabelecida uma base teórica suficientemente sólida para o que seria uma "pedagogia construtivista" dentro das teorias da Educação. Segundo Gravina (1998) fala-se em processo de ensino e aprendizagem construtivista; entendendo-se uma metodologia de trabalho, ainda um tanto vaga e imprecisa, que procura colocar-se em sintonia, principalmente, com princípios da teoria de Piaget. Apesar disso, a autora destaca diversas pesquisas que apontam para o que poderia vir a ser uma "pedagogia construtivista". Um exemplo, disso é apresentado por Richards (1991):

"*É necessário que o professor de matemática organize um trabalho estruturado através de atividades que propiciem o desenvolvimento de exploração informal e investigação reflexiva e que não privem os alunos nas suas iniciativas e controle da situação. O professor deve projetar desafios que estimulem o questionamento, a colocação de problemas e a busca de solução. Os alunos não se tornam ativos aprendizes por acaso, mas por desafios projetados e estruturados, que visem à exploração e investigação"*

Por um lado, o professor planeja cuidadosamente as atividades e desafios e, por outro, os alunos executam a atividade, questionando e buscando soluções para os problemas que se apresentam. Ao analisar o processo de raciocínio, ou os esquemas utilizados pelos alunos, o professor detecta os problemas, podendo planejar atividades específicas para uma questão levantada, ou explorar outras facetas envolvidas em um conceito matemático *encapsulado* previamente. Essa noção foi apresentada por Dubinsky em 1991. Com base na idéia de "abstração reflexiva" ele estende a classificação original de Piaget para as abstrações, em dois tipos básicos: *interiorização* e *encapsulamento*. A interiorização envolve a construção de processos mentais para lidar com fenômenos observados externamente. Por exemplo, a observação da comutatividade da adição, uma vez que o simbolismo da aritmética já foi desenvolvido previamente (CROWE, 2000). O encapsulamento, por sua vez, ocorre quando um processo dinâmico é cristalizado como um objeto mental estático. Por exemplo, o processo de aproximação e limite que define a integral de Riemann de uma função contínua é encapsulado simplesmente como a "integral" (CROWE, 2000). Uma vez encapsulado, um conceito pode ser usado em um plano cognitivo mais elevado sem que se faça referência ao processo que o representa (ainda que o processo possa ser recuperado, se necessário, sem esforço).

Nesse ponto que os ambientes informatizados (principalmente os dinâmicos) encontram seu espaço, apresentando-se como ferramentas de grande potencial frente aos obstáculos inerentes ao processo de aprendizagem. É a possibilidade de *"mudar os limites entre o concreto e o formal"* (PAPERT, 1988). Ou ainda segundo Hebenstreint (1987): *"o computador permite criar um novo tipo de objeto - os objetos 'concreto-abstratos'. Concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais".*

A utilização deste recurso didático através de diferentes metodologias possibilita explorar situações de ensino caracterizadas pelo "FAZER MATEMÁTICA", ou seja, experimentar, interpretar, visualizar, induzir, abstrair e generalizar.

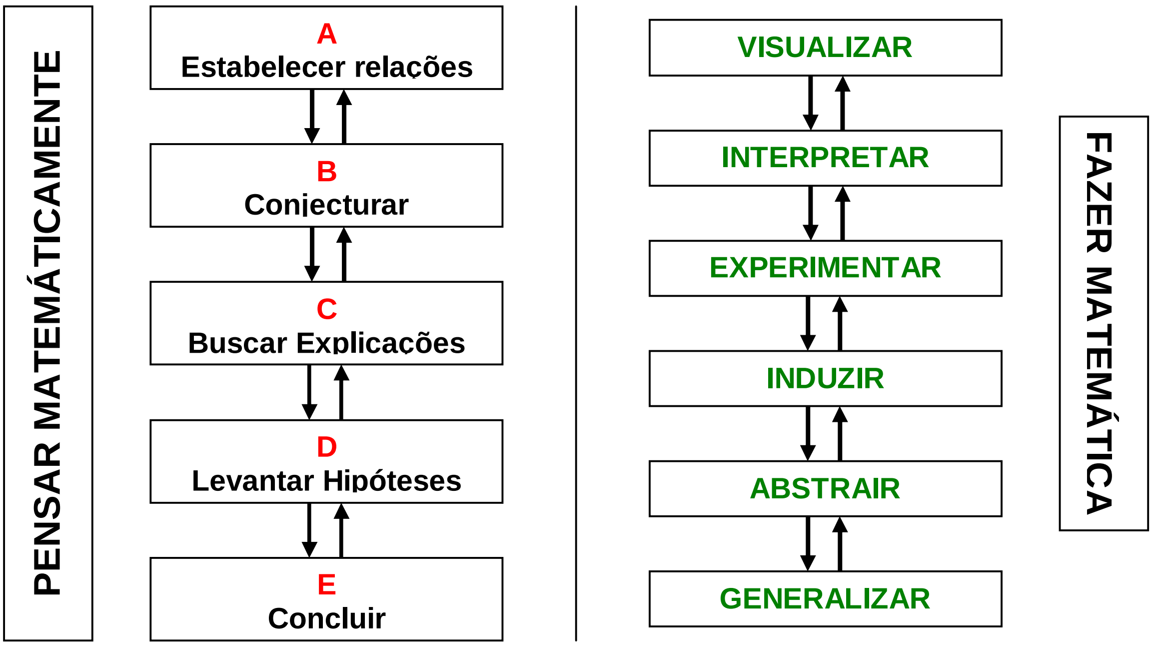
No entanto, Gravina (1998) alerta que no desenvolvimento de atividades devem-se levar em conta dois aspectos:

1. *Aspecto matemático* – ao projetar atividades que façam com que os alunos se apropriem de idéias matemáticas significativas;
2. *Aspecto cognitivo* – ao fazer com que essas atividades coloquem os alunos em situações onde o computador apareça como um reorganizador dos processos mentais (não como um mero amplificador).

Sendo assim, as atividades a serem trabalhadas em ambientes interativos e dinâmicos, desenvolvidos para exploração de objetos geométricos (como o Cabri Géomètre, o Geometer's Sketchpad, ...), devem ser elaboradas de forma a estimular o "PENSAR MATEMÁTICO". Atividades que despertem o interesse dos alunos; que permitam investigar propriedades geométricas dos objetos, estabelecerem relações, conjecturar, buscar explicações, levantar hipóteses e testá-las, e finalmente concluir.

Analisando essas características do **"pensar matematicamente"** percebe-se que há, na verdade, uma via de mão dupla entre os processos. Antes de concluir, pode-se conjecturar, buscar explicações ou mesmo estabelecer relações várias vezes, indo e vindo de uma situação para a outra (Figura 4).

Figura 4 – AÇÕES ENVOLVIDAS NO PENSAR E FAZER MATEMÁTICA



Esta dinâmica de pensamento e reflexão faz-se necessária no processo de exploração e descoberta levando, finalmente à generalização, abstração, *encapsulamento de conceitos* à construção de *esquemas*. Essas noções foram desenvolvidas por Dubinsky (1991) com base nas idéias de Piaget. Para ele, um esquema é uma coleção coerente de objetos mentais e processos que podem agir sobre estes objetos. A idéia de que um esquema pode ser aplicado a um novo contexto é um exemplo de *generalização*, uma outra forma de abstração reflexiva. Dubinsky defende ainda a decomposição de um esquema complexo em componentes conceituais, para que a organização dos conceitos e objetos mentais seja revelada.

No que segue, vamos analisar cada uma das características do pensar matematicamente:

(A) *Estabelece relações ao construir, visualizar e movimentar.*

A visualização em matemática, e especialmente em Geometria, é o processo de formar imagens (seja mentalmente, com lápis e papel, ou com a ajuda da tecnologia) e empregá-las com a finalidade de atingir maior compreensão matemática é estimular o processo de descobrimento matemático (ZIMMERMANN & CUNNINGHAM, 1991) apud (VILLARREAL, 1999, p. 37). Os raciocínios visuais, associados ao movimento, exploram uma forma de cognição potencialmente poderosa, pois implicam em dar aos estudantes o tempo, a oportunidade e os recursos para que investigue ao elaborar construções, modificando se necessário, e estabeleça relações ao conjecturar.

(B) *Conjectura ao interpretar e experimentar*

Para um aprendizado matemático, tecnológico, a "*experimentação*", seja ela de argumentação, de observação ou de manipulação de situações e equipamentos é de fundamental importância. Isto porque permite ao aluno diferentes formas de percepção qualitativa e quantitativa, de observação, de confronto, de dúvida e de construção conceitual. Além disso, possibilita através da análise, a tomada de dados significativos, com os quais possa verificar ou propor hipóteses, conjecturar e fazer previsões.

Uma conjectura se mantém estável por algum tempo, apoiando-se no aspecto visual da construção realizada. Esse comportamento evidência a imagem mental guardando uma imagem geométrica prototípica. Usando o recurso de "desenho em movimento" (ou outros recursos de programas de geometria dinâmica), os alunos começam a explorar dando origem a novas conjecturas.

Nesse sentido, Vergnaud (1990) aponta ainda que: *"um dos maiores problemas na educação decorre do fato que muitos professores consideram os conceitos matemáticos como objetos prontos, não percebendo que estes conceitos* *devem ser construídos pelos alunos (...) De alguma maneira os alunos devem vivenciar as mesmas dificuldades conceituais e superar os mesmos obstáculos epistemológicos encontrados pelos matemáticos (...) Solucionando problemas, discutindo conjeturas e métodos, tornando-se conscientes de suas concepções e dificuldades, os alunos sofrem importantes mudanças em suas idéias..."*

Através do levantamento de conjecturas e experimentação o aluno percorre um caminho rumo ao "crescimento cognitivo vertical" (TALL, 1991), que representa o encapsulamento de um procedimento em um objeto matemático que pode ser, em seguida, manipulado como uma entidade por si só. Um exemplo disso é a soma dos termos de uma progressão aritmética, ou geométrica. Após uma prática adequada a idéia de soma é encapsulada de forma a não requer mais a adição de termos (CROWE, 2000).

Tendo como suporte um ambiente dinâmico, os alunos podem trabalhar de forma experimental, refinando suas conjecturas a fim de que se tornem resistentes ao desenho em movimento. A partir deste momento sentem a necessidade de argumentar matematicamente sobre as evidências obtidas de modo experimental.

(C) *Busca explicações pesquisando*

Quando os elementos geométricos que vão caracterizar as diversas situações, isto é, os elementos que resolvem o problema, não estão explícitos no desenho que representa a configuração, se estabelece uma investigação caracterizada pelo espírito de pesquisa em matemática.

Ao explorar relações existentes entre os objetos geométricos, através do movimento, muitas vezes se apresenta uma necessidade de buscar argumentos que expliquem o porquê dessas relações.

Nesse sentido a pesquisa pode auxiliar na interpretação do significado de definições e teoremas, e ainda na formalização de conceitos. Esta pesquisa pode ocorrer com o aluno buscando o significado de termos desconhecidos (ou já esquecidos) ou mesmo das heurísticas[36] por traz do processo, necessário à construção que ele está realizando.

A "*heurística*" moderna tem procurado compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais, típicas desse processo, que tenham utilidade. Segundo Polya (1995, p. 132) "*o raciocínio heurístico é aquele que não se considera final e rigoroso, mas apenas provisório e plausível, e que tem por objetivo descobrir a solução de um problema. Somos muitas vezes levados a usar o raciocínio heurístico. Teremos a absoluta certeza quando chegarmos à solução completa, mas freqüentemente, antes de chegarmos à certeza absoluta, teremos que nos satisfazer com uma estimativa mais ou menos plausível. É possível que precisemos do provisório antes de atingir o final*".

(D) *Levanta hipóteses e experimenta*

Uma vez que ocorreu o encapsulamento de um determinado procedimento, há a necessidade de um "crescimento cognitivo horizontal" (TALL, 1991), em contraste com o crescimento vertical, apresentado na característica *(B)*. Ele representa a ligação mental de diferentes representações de um mesmo conceito. Por exemplo, funções podem ser encontradas por meio de pares ordenados, gráficos, regras simbólicas e assim por diante (CROWE, 2000). É a consciência das ligações entre estas diferentes representações que constitui o crescimento horizontal do conceito de função.

A compreensão do significado de um conceito está diretamente relacionada ao crescimento cognitivo tanto vertical quanto horizontal. Entretanto, é somente após o encapsulamento que ocorre a generalização de esquemas previamente construídos. Aí, então, quando colocado frente às novas facetas do conceito, o aluno recorre aos esquemas previamente construídos, levantando hipóteses e experimentando.

Ainda nesse sentido Dubinsky (1991) alerta que:

---

[36] De acordo com Polya (1995, p. 86) "*o objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção*".

"Na educação a preocupação principal deveria ser a construção de esquemas para o entendimento de conceitos. O ensino deveria se dedicar a induzir os alunos a fazerem estas construções e ajudá-los ao longo do processo (...) Aprender envolve abstração reflexiva sobre os esquemas já existentes, para que novos esquemas se construam e favoreçam a construção de novos conceitos (...) Um esquema não se constrói quando há ausência de esquemas pré-requisitos..."

(E) *Conclui exprimindo-se com correção e clareza*

A partir de experimentos dinâmicos, regularidades geométricas *"Axiomas, definições, teoremas e demonstrações devem ser incorporados como componentes ativos do processo de pensar. Eles devem ser inventados ou aprendidos, organizados, testados e usados ativamente pelos alunos. Entendimento do sentido de rigor no raciocínio dedutivo, o sentimento de coerência e consistência, a capacidade de pensar proposicionalmente, não são aquisições espontâneas"* (FISCHBEIN,1994)

A argumentação é uma habilidade que deve ser desenvolvida nos alunos: não simplesmente "ensinada" em algumas aulas. Como afirma Hoyles (1997), "*devemos aspirar desenvolver modos de pensar e não apenas os seus produtos*".

É necessário de algum modo articular os diferentes significados, em diferentes níveis de ensino, desenvolvendo assim, progressivamente entre os estudantes o conhecimento, a capacidade discriminativa e racionalidade. As formalizações primárias dos alunos, no que se refere à escrita matemática, ainda imprecisa, não podem ser consideradas incorretas, erros ou deficiências, mas sim como estágios no alcance e domínio das práticas argumentativas em matemática.

Enfim, é trilhando o caminho das conjecturas de testes sobre hipóteses (por meio da experimentação) que se atinge coerentemente o objetivo último da formalização matemática. Somente após o encapsulamento e a exploração de diferentes facetas pode-se vislumbrar a abrangência de um conceito. Quando isso ocorre, atinge-se uma maturidade tanto matemática quanto cognitiva que tornam natural (até necessária, na verdade) sua formalização matemática.

A preocupação em estabelecer uma "ligação" entre a necessidade de um ensino que privilegie as ações, aqui analisadas, que se desenvolvem no "PENSAR MATEMATICAMENTE"; e a atuação do professor ao utilizar os ambientes dinâmicos que se apresentam como "o diferencial" no modelo escolar da nova ecologia cognitiva; é evidente nas colocações de Ramal (2002, p. 229) ao afirmar que "*os conceitos de professor como mediador e professor pesquisador estão diretamente implicados na discussão sobre as práticas educacionais na era informático-mediática*" (...) "*Isso não apenas porque agora surge um novo aparato de mediação, o computador*[37]*, como também pela forma como o novo ambiente cognitivo proporcionado pela informática tem sido introduzido nos cursos de formação*".

Em uma "aula" trabalhada com o auxílio desta ferramenta de ensino, o educador exerce "*o papel de orientador, facilitador e mediador das discussões e conclusões levantadas pelos alunos, interferindo somente quando solicitado*" (PCNEM, 1999). É fundamental que ele conduza sempre um debate sobre as ações e reflexões feitas durante os trabalhos, selecionando as hipóteses que efetivamente contribuam para o processo de ensino-aprendizagem de um determinado conteúdo. No entanto, não deve resolver o problema proposto antes que os alunos apresentem as suas próprias soluções, pois é através da análise dos seus "*erros*" que compreendem e elaboram o conceito. A partir destas soluções, o professor promove uma discussão geral com a classe e institucionaliza o saber.

Nesse sentido Polya (1995), coloca que "*o melhor para aprender qualquer coisa é descobrir por si próprio. Deixe que (os alunos) aprendam adivinhando. Deixe que aprendam provando. Não desista, porém, do seu papel secreto – deixe os estudantes adivinharem antes de você contar – deixe que eles descubram por eles mesmos tanto quanto for possível*"

Seguindo as idéias de Miskulin[38], podem-se analisar vários aspectos relacionados aos ambientes dinâmicos, explorando o que eles podem apresentar para o ensino-aprendizagem que os diferenciam de uma aula tradicional. Embora eles sejam bem aceitos e utilizados pelos professores no desenvolvimento de suas

---

[37] Como demonstra Lévy em La machine univers (1987), é por meio dele que vemos o mundo.
[38] Relatadas em Softwares Educacionais e Ambientes Computacionais utilizados no Ensino – disponível em http://www.fae.unicamp.br/cempem/ - acesso em 28/05/2003.

aulas, é necessário que se faça uma reflexão sobre *como seria o desempenho*[39] *dos estudantes diante de um ambiente dinâmico e interativo?*

Nesse sentido, vamos um pouco mais além nessa investigação ao questionar: *como avaliar o desempenho desse aluno que adquiriu conhecimento em ambientes interativos e dinâmicos?*

Essas questões e as considerações desenvolvidas nesse capítulo apresentam um referencial teórico para o objetivo principal da dissertação, que tem o seu foco na avaliação quando a aprendizagem ocorre em ambientes informatizados. O planejamento, construção e operacionalização de um dispositivo tecnológico para a realização de uma avaliação com intenção formativa, requerem um estudo não só sobre a avaliação da aprendizagem, mas também, uma análise de como ela se desenvolve quando se tem o suporte de um ambiente dinâmico. Isto estabelece um novo olhar no processo de construção do conhecimento.

Essa, portanto, será abordagem do próximo capítulo.

[39] Outras perguntas podem surgir nesse contexto, por exemplo, com respeito à motivação dos alunos frente a esta nova realidade. Entretanto, nos ateremos às questões de avaliação e desempenho dos alunos.

CAPÍTULO 3
AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM:
Um novo olhar no processo

> Avaliar não é nem medir um objeto, nem observar uma situação, nem pronunciar incisivamente julgamentos de valor. É pronunciar-se sobre a maneira como as expectativas são realizadas, isto é, sobre a medida na qual uma situação real corresponde à situação desejada. Isso implica em saber o que se quer (para pronunciar um julgamento sobre o valor, desse ponto de vista, daquilo que existe) e em observar o real (será preciso coletar observáveis) no eixo do desejado. Portanto, a avaliação é uma operação de leitura orientada para a realidade.
>
> Charles Hadji, (2001)

Os enfoques apresentados nesse capítulo se relacionam com a realização da avaliação da aprendizagem em ambientes informatizados. Nesse sentido, ao direcionar essa investigação para as possíveis respostas da questão: *Como avaliar o conhecimento adquirido pelo aluno quando a aprendizagem ocorre em um ambiente interativo e dinâmico?* - Se pretende estabelecer um novo olhar no processo de avaliação.

Inicialmente, na busca pelo significado e sentido do ato de avaliar em tempos em que as novas formas de aprender e conhecer são determinantes na relação com o saber, se tomam por base os referenciais teóricos de Hadji (1994, 2001), Perrenoud (1999) e Ramal (2001). Ao explorar as concepções e os fatores que influenciam a avaliação se levam em consideração as recomendações de documentos orientadores das reformas curriculares recentes: NCTM - EUA (1989, 1991, 2000); MEC - Espanha (1989, 1992); APM - Portugal (1988, 1991, 1999) e PCN - Brasil (1997, 1998), para o ensino-aprendizagem de Matemática para os novos tempos.

Em conseqüência disso, nossa abordagem apontará para a necessidade de mudanças ao avaliar (avaliar acompanhando o processo), para a realização de uma avaliação com intenção formativa, conforme propõe Hadji (2001), no sentido de se colocar a avaliação a serviço das aprendizagens.

Como esse estudo tem como objetivo a construção e operacionalização de um dispositivo de avaliação tecnológico, que permita acompanhar o desenvolvimento de ações que favoreçam o "*pensar matematicamente*[40]"; faz-se uma análise sobre os instrumentos (recursos e dispositivos) utilizados para avaliar.

Finalmente, tendo em vista as características que estes ambientes apresentam (*dinamismo, interatividade, meio para modelagem e simulação e a possibilidade de múltiplas representações e capturação de procedimentos*), a investigação aborda os critérios recomendados por Hadji (2001) na construção de um dispositivo de avaliação. De acordo com o autor, se a intenção é realizar uma avaliação com intenção formativa, o dispositivo a ser desenvolvido deverá permitir a realização concreta das seguintes tarefas: *desencadear* (comportamentos a observar/interpretar); *observar/interpretar* (esses comportamentos); *comunicar* (os resultados da análise); e *remediar* (os erros e as dificuldades analisados).

3.1. OS AMBIENTES INFORMATIZADOS E A AVALIAÇÃO: O que muda?

A avaliação é parte integrante do processo de ensino e de aprendizagem, não é um fim em si mesmo, abrange diferentes elementos, tais como alunos, professores, ensino, métodos, livros, estrutura, instituição, projetos, programas, etc..

No entanto, embora ela seja essencial em todos os níveis do ensino, pois é por meio de uma avaliação que se permite passar de um ano ao outro ou de um ciclo ao outro; com a mudança nos modos de pensar e de aprender, proporcionado pelos ambientes informatizados, o ato de avaliar adquire um novo significado.

Até recentemente, lápis e papel eram as mídias predominantes no ambiente escolar e muito do que se trabalhava em sala de aula era determinado por seus limites. Mas hoje, recebem-se nas salas de aula alunos que têm acesso ao

[40] *Pensar Matematicamente* em um "*ambiente dinâmico*" implica em estabelecer relações ao construir, visualizar e movimentar; conjecturar ao interpretar e experimentar; buscar explicações pesquisando; levantar hipóteses e experimentar; e, finalmente concluir com correção e clareza.

computador e as redes hipertextuais antes mesmo de se alfabetizarem – ou que pelo menos são atores de uma “*ecologia cognitiva*” que se apresenta através das mídias digitais. Para Levy (1993, p.133), as formas de conhecimento em paralelo a certas formas culturais e o uso dominante das tecnologias intelectuais, determinam “*uma cultura informático-mediática portadoras de certo tipo de temporalidade social: o tempo real, e de um conhecimento por simulação, não inventariado antes da chegada dos computadores*”. Como conseqüência o que se verifica é que “*as mídias estão incorporadas no fazer das pessoas em nossa sociedade e imprimem uma nova forma de pensar e resolver problemas*” (PENTEADO, 2000, p.31).

Essa realidade aponta para a necessidade de novas formas de “lidar com o conhecimento”, entre elas a realização de uma avaliação cuja ênfase seja *o processo* junto com *os produtos* (resultados), fazendo da avaliação uma ferramenta pedagógica a serviço da aprendizagem. Nesse sentido Ramal (2000, p.23) afirma que “*será tão importante verificar a que respostas o aluno chegou quanto saber os caminhos utilizados para isso*”, e aponta para o fato de que a avaliação escolar não deverá se limitar a verificação da memória do aluno, uma vez que nesse momento histórico não é preciso armazenar saberes: suportes digitais externos podem fazer isso por eles, para que o seu intelecto fique disponível para funções mais importantes e decisivas: a pesquisa e seleção de dados relevantes e pertinentes, a exploração e comparação de situações e a utilização dessa informação para gerar novos conhecimentos.

Esta autora lembra ainda que “*é possível que, na escola da cibercultura, a nota deixe de existir, ao menos como instrumento de classificação e de controle dos estudantes. Ela corresponde a outra época do pensamento – da crença na objetividade, das correspondências lineares.*”

Numa educação em que os processos são tão importantes quanto os produtos na construção do conhecimento, “*a avaliação não fica isolada no final das etapas, mas é desenvolvida ao longo dos percursos de aprendizagem*” (RAMAL, 2001, p. 215).

A avaliação deve ser feita para que o professor tenha informações sobre o aprendizado da turma e não necessariamente ao final de uma seqüência ou de um ano. Segundo Hadji[41], "*pedagogicamente, é mais interessante que ela seja feita durante a aprendizagem*" (...) "*Esta é a avaliação formativa*" (...) "*feita no curso da aprendizagem para obter informações sobre o processo de aprendizado dos alunos*".

Na avaliação de processos, é necessário estar atento não apenas aos chamados conteúdos procedimentais, ensinando procedimentos de pesquisa – comparação de dados, leitura, seleção (RAMAL, 2002, p.203)

Avaliar pressupõe *definir princípios* em função de objetivos que se pretende alcançar; *estabelecer instrumentos* para a ação e escolher caminhos para essa ação; *verificar constantemente* a caminhada de forma crítica, levando em conta todos os elementos envolvidos no processo.

É exatamente nesse contexto de processo que a observação e o registro constantes do desenvolvimento dos alunos em um dispositivo construído com a finalidade de acompanhar a construção do conhecimento, adquirem sentido.

Uma investigação sobre como se realiza o processo de avaliação em ambientes informatizados implica em: determinar o sentido do ato de avaliar; as concepções, funções e fatores que influenciam o ato de avaliar; verificar qual é o olhar da educação matemática; verificar quais são os recursos, critérios e dispositivos utilizados; e, finalmente sugerir a construção de um dispositivo de avaliação com intenção formativa.

3.2. AVALIAR PARA QUE? Significado e sentido

Esta questão é o ponto de partida na busca do sentido para o "ato de avaliar". A investigação de respostas dadas a essa questão por professores, nos remete a diversos significados.

Avalia-se para:

- Verificar o que foi aprendido, compreendido, retido. Verificar as aquisições no quadro de uma progressão.

[41] Disponível em http://novaescola.abril.com.br/index.htm?noticias/expoente/index_1 (Entrevista de Cristiane Marangon).

- Julgar um trabalho em função de instruções dadas; julgar o nível de um aluno em relação ao resto da aula; julgar segundo regras pré-estabelecidas.
- Estimular o nível de competência de um aluno.
- Situar o aluno em relação às suas possibilidades, em relação aos outros; situar a produção do aluno em relação ao nível geral.
- Representar por um número, o grau de sucesso de uma produção escolar em função de critérios que variam segundo os exercícios e o nível da turma.
- Determinar o nível de uma produção.
- Dar opinião sobre os saberes ou o saber-fazer que um indivíduo domina.

Isso quer dizer que o ato de avaliar (verificar, julgar ou estimar) pressupõe um objeto deste ato: os saberes, o saber-fazer, as produções, os trabalhos, etc ... Além disso, quando se avalia, se estabelece uma relação entre o real (o universo dos objetos) e o ideal (o que se espera).

Diante disso, Hadji (1994), define a avaliação num “sentido geral” como a gestão do provável; ou seja, “*avaliar é proceder a uma análise da situação e uma apreciação das conseqüências prováveis do seu ato numa situação*”. Embora num “sentido restrito”, a avaliação consista de três momentos - *verificar, situar e julgar.*

- ***Verificar*** a presença de qualquer coisa que se espera (um conhecimento, um saber);
- ***Situar*** (um indivíduo, uma produção) em relação a um nível, a um alvo;
- ***Julgar*** (o valor de ...)

Assim, o ato de avaliar seria a leitura de uma realidade observável, registrada em “*uma planilha predeterminada*”, que nos leva a procurar na realidade os sinais da presença dos traços desejados.

Na tentativa de estabelecer critérios para o ato de avaliar, Hadji (1994) aponta ainda que “*é necessário distinguir com clareza o que diz respeito ao ato de avaliar e o que se refere à atividade pela qual a traduzimos ou exprimimos*”.

Isso quer dizer que para julgar (dar opinião sobre um trabalho), é preciso estabelecer critérios e parâmetros, que permitam apreciar a eficácia de um conjunto de atos, pois o essencial da avaliação está na relação entre:

- O que existe e o que era esperado: o aluno tal como ele é, através da sua produção (exercícios), e o aluno ideal que domina os saberes e o saber-fazer;
- Um dado comportamento e um comportamento alvo: um desempenho real e um desempenho visado;
- Uma realidade e um modelo ideal.

Quando se avalia, se estabelece um juízo de valor, caracterizado por um processo de tripla articulação entre: um "**referente**" (o conjunto das normas ou critérios que servem de grelha de leitura[42] do objeto a avaliar), um "**referido**" (o que será registrado através da leitura desse objeto) e as "**realidades**" que constituem um modelo reduzido da situação concreta observada. (Figura 5)

Então, "*o ato de avaliação pode ser considerado como um processo de transformação das representações, cujo ponto de partida seria uma representação factual de um objeto e o ponto de chegada uma representação normalizada desse mesmo objeto*". (Barbier, 1985) apud (Hadji, 1994)

Nesse sentido Hadji (2001), define avaliação como sendo um ato pelo qual se formula um juízo de valor sobre um objeto determinado (indivíduo, situação, ação, projeto, etc.) e que por meio de um confronto entre duas séries de dados que são postos em relação. Esses dados são da ordem do fato em si, que dizem respeito ao **objeto real** a avaliar, e os dados são da ordem do **ideal,** que dizem respeito a expectativas, intenções ou a projetos que se aplicam ao mesmo objeto.

Podemos visualizar essas idéias por meio do esquema a seguir:

[42] O termo grelha de leitura é utilizado por Hadji (1994) quando se refere a uma tabela onde se estabelecem critérios da observação.

Figura 5 – O PROCESSO DE AVALIAÇÃO E A DUPLA ARTICULAÇÃO

<table>
<tr><td colspan="3">AVALIAR
=
JULGAR</td></tr>
<tr><td>A partir de uma situação real</td><td>Atribuir um valor, um sentido ao confrontar</td><td>Em função de uma situação desejada</td></tr>
<tr><td>REFERIDO

O conjunto de observáveis através do qual o real / concreto é captado, é construído com a ajuda de instrumentos de observação que servem para produzir informação para a avaliação.</td><td>Uma aplicação

Comparação feita em correspondência</td><td>REFERENTE

O modelo ideal que articula as intenções mais significativas em relação ao projeto, e a partir das quais se vão estabelecer normas e critérios de apreciação.</td></tr>
<tr><td>Utilização de indicadores = categorias de apreensão da realidade concreta</td><td rowspan="3">Campo das expectativas sociais
Campo da realidade concreta</td><td>Produção de normas ou critérios de apreciação</td></tr>
<tr><td>Dados de fato
(o que se produziu concretamente)</td><td>Dados do “dever-ser”
(o que é idealmente desejado)</td></tr>
<tr><td>REALIDADE
(situação concreta observada)</td><td>PROJETO
(intenção de mudança)</td></tr>
</table>

ORG. Paupitz (2002) adaptado de Hadji (1994)

3.3. CONCEPÇÕES E FUNÇÕES: Fatores que influenciam a Avaliação

O termo *avaliação* tem se desdobrado, e a ele tem sido creditados vários adjetivos que lhe conferem significados diferentes, entre eles avaliação somativa, formativa, diagnóstica, de produto, prognostica, etc...

Hadji (1994) considera que a terminologia utilizada depende de como as práticas se organizam em torno de três grandes funções[43]:

- *Certificar* – fazer o ponto da situação dos conhecimentos adquiridos e atribuir um diploma ou um certificado;
- *Regular* – guiar constantemente o processo de aprendizagem;
- *Orientar* – escolher as vias de estudo mais apropriadas.

Os tipos de informação a obter variam conforme a função em vista: *"para a função orientadora é a medida das aptidões, dos interesses e dos pré-requisitos; para a função reguladora, são as observações sobre as estratégias de abordagem dos problemas encontrados; para a função certificativa são os comportamentos globais, socialmente significativos"*. (CARDINET, 1986)

Na tentativa de estabelecer parâmetros entre as várias concepções e funções existentes sobre avaliação, destacamos as seguintes:

Em relação à "*ação de formação, ao ensino propriamente dito*", proposta por Hadji (1994): (Figura 6)

- *Avaliação Prognostica* – que precede a ação de formação – também chamada de diagnóstica, pois identifica certas características do aprendiz e faz um balanço de seus pontos fortes ou fracos, com o objetivo de ajustar aprendiz/programa de estudos.
- *Avaliação Cumulativa* – que ocorre depois da ação – também chamada de sumativa, uma vez que faz uma verificação das aquisições visadas pela ação de formação, tendo em vista a expedição ou não de certificado.

[43] Funções indispensáveis num sistema de avaliação pedagógica, de acordo com Cardinet (1993)

- *Avaliação Formativa* – que se situa no centro da ação de formação – sua característica principal está incorporada no próprio ato de ensino, pois levanta as informações úteis à regulação do processo ensino/aprendizagem. Tem como objetivo contribuir para melhorar a aprendizagem em curso, informando ao professor sobre como está se desenvolvendo o ensino; e, ao aluno sobre o seu próprio percurso, os seus êxitos e as suas dificuldades.

Entretanto, Hadji (2001) alerta que, apesar de estar no centro da ação de formação, a avaliação formativa tem uma dimensão cumulativa (ao fazer um balanço das aquisições), e uma dimensão prognostica (para adaptar melhor o conteúdo e as formas de ensino às características dos alunos).

Figura 6 – AS FUNÇÕES DA AVALIAÇÃO E A AÇÃO DE FORMAÇÃO

Seqüência da Ação de Formação

	ANTES	**DURANTE**	**DEPOIS**
AVALIAÇÃO	Diagnóstica Prognostica Preditiva	Formativa Progressiva	Somativa Cumulativa Terminal
FUNÇÃO	Orientar Adaptar	Regular Facilitar a aprendizagem	Verificar Certificar
CENTRADA	No produtor e na identificação de suas características	Nos processos e nas atividades de produção	Nos produtos

OGS. Paupitz (2002) adaptado de Hadji (1994)

Para o programa da Multieducação Rio[44], as funções da avaliação são duas em potencial: *a classificação e o diagnóstico*.

Na *avaliação classificatória* (prática mais usual), o processo educativo é definido em função de conteúdos, informações e adestramentos ou participação de atividades classificatórias que precisam ser vencidas. As técnicas utilizadas proporcionam instrumentos de controle (provas surpresa, provões, seleção de alunos em determinadas turmas de acordo com o rendimento). A aprendizagem é confundida com memorização de um conjunto de conteúdos desarticulados, conseguida através da repetição de exercícios sistemáticos de fixação e cópia. A aula é expositiva e a verificação da aprendizagem se dá através de avaliações periódicas (instrumentos de controle).

A avaliação classificatória, ao dar ênfase ao aprovar ou reprovar o aluno, tira da prática avaliativa algo essencial, a reflexão sobre o fazer pedagógico e o redirecionamento da ação rumo ao desenvolvimento do aluno.

Esse aspecto é reforçado por Buriasco (2001), ao chamar a atenção para o fato de que o que se faz usualmente nas escolas foge a qualquer concepção de avaliação:

> "*Verifica-se de forma grosseira o rendimento escolar para uma simples atribuição de nota (...) o trabalho dos alunos é praticamente colocado em função da nota/conceito (...) o desempenho dos alunos é quase sempre avaliado por provas contendo questões tiradas de um livro didático diferente do adotado (...) e a grande maioria das questões exige, basicamente, memorização, o que de certa forma é coerente, já que a maioria das ações do professor é desenvolvida baseada na transmissão de conteúdos*".

O ato de avaliar tem se desviado de sua função diagnóstica, e tem servido quase exclusivamente para classificar, incentivado pelo modo de vida de uma sociedade que valoriza a competição. Com isso, define, muitas vezes, "a *trajetória escolar do aluno, não só em termos da sua manutenção ou eliminação da escola,*

[44] O programa *Multieducação Rio* foi produzido entre 1993 a 1995, com a participação efetiva de 75% dos professores de 1029 escolas do município do Rio de Janeiro. Esse programa tinha como objetivo estabelecer novas estratégias educacionais que proporcionassem, aos alunos e professores, a convivência e interação com as múltiplas linguagens tecnológicas (TV, informática, publicações e impressos).

como também no tipo de profissão que terá no futuro. Assim, ao decidir sobre quem fica ou quem sai da escola, a avaliação demonstra fortemente sua função seletiva. Isso fica mais evidente quando se trata do ensino de Matemática" (BURIASCO, 2001).

A esse respeito Thélot (1994) apud Hadji (2001), complementa a reflexão quando diz que ao avaliar é *insuficiente e frustrante* se limitar a uma cotação de tipo binário: *acerto/erro*. Seria mais satisfatório, substituir este binário por um sistema de codificação compreendendo as categorias: resposta exata, resposta parcialmente exata, resposta pouco exata, resposta inexata e ausência de resposta.

A análise dos resultados será mais rica e útil se as informações retidas durante a observação forem capazes de alimentar uma interpretação dos itens, dos erros ou acertos dos alunos. (THÉLOT, 1994) apud (HADJI, 2001)

Por outro lado, a avaliação *diagnóstica* não pretende servir à classificação, ela prioriza a análise do processo de construção do conhecimento do aluno. A avaliação, como diagnóstico, é a verificação de até que ponto uma prática é caminho para a concretização de uma idéia de um valor. Ela verifica o presente para programar o futuro. Analisam-se as condições de determinada prática (de uma realidade) a fim de verificar quais são as alterações necessárias para que essa realidade se construa na direção desejada e explicitada. (GADIN, 1995) apud (MULTIEDUCAÇÃO- RIO).

No entanto, Santos (1994) alerta que a avaliação não deve ser só uma diagnose, "*ela pode e deve acontecer no início do processo educativo, durante todas as fases de exploração e consolidação do processo de ensino-aprendizagem e ao final do processo*". Em todas as fases se verifica o que ficou retido do conhecimento trabalhado, e também se faz o diagnóstico das falhas da aprendizagem e do ensino.

Nesse sentido, as funções da avaliação, são:

- Informar o aluno sobre o que ele consolidou durante o processo educativo;
- Informar o professor sobre sua prática docente e sua forma de ensinar e compartilhar conhecimentos com os alunos;
- Tomar decisões sobre o conteúdo e os métodos de ensino;

- Tomar decisões sobre o clima da sala (motivação, participação, interesse, esforço, empenho nas atividades, etc...)
- Comunicar aos alunos o que é importante na disciplina estudada;
- Atribuir notas, graus e/ou conceitos;
- Desenvolver nos alunos o conhecimento deles próprios enquanto aprendizes – a auto-reflexão sobre o seu conhecimento, seus pontos fortes e fracos e, o controle do seu tempo e as estratégias para realizar uma determinada atividade;
- Desenvolver no professor o seu conhecimento metacognitivo enquanto professor-educador – a auto-reflexão sobre o seu conhecimento matemático e pedagógico, seus pontos fortes e fracos ao ensinar e avaliar e, o controle do tempo necessário para explorar as dificuldades conceituais de um determinado assunto e, as estratégias adequadas para ensinar e compartilhar o conhecimento com seu aluno.

Referindo-se ao ensino de Matemática Gimenez (1997) e Bigode (2000), colocam que a avaliação carrega em si as seguintes funções:

- **Função social** (HOWSON & MELLIN-OLSEN, 1986) **–** A avaliação se refere a todo estudante e não só a aqueles que têm algum problema, isto é, tem como missão ajudar e orientar os estudantes e satisfazer suas demandas. Embora a análise de como se avalia enriqueça o trabalho escolar, a avaliação serve também à classificação e à seleção social;
- **Função ética e política –** Os erros dos alunos não são deficiências pessoais a serem punidas, e sim a manifestação de um processo de construção que necessita de orientação. O caminho para o conhecimento se dá através de uma revisão crítica dos erros e da superação do conhecimento deficiente. Então a avaliação é parte do processo educativo. Como o ensino está em constante revisão, o professor através de uma postura crítica e aberta, promove a abertura ética na troca de informações. Desta forma, o professor de matemática assume a responsabilidade dos progressos dos

seus alunos junto com outros profissionais envolvidos no processo educativo;

- **Função pedagógica –** O ato de avaliar está no centro da *regulação interativa* e do controle da aprendizagem. A idéia de uma regulação interativa, foi introduzida por Allal (1988) apud Perrenoud (2000) ao destacar que não ocorre diferenciação no início da situação de aprendizagem (regulação proativa), como também não há intervenção à maneira de uma remediação (regulação retroativa); portanto mas faz parte do dispositivo didático e da ação pedagógica cotidiana. Assim, a avaliação dá informação ao professor sobre as concepções dos estudantes, sobre suas limitações e possibilidades; que quando confrontadas com os objetivos propostos, estas informações possibilitam ao professor maior controle de seu trabalho docente e implica no remanejamento para atingir os objetivos, na atenção e na assessoria aos alunos para que superem suas dificuldades. "*Ela própria gera novas situações de aprendizagem, portanto deve ser consistente com os objetivos, os métodos e os principais tipos de atividades do currículo*" (ABRANTES, 1994);.

- **Função docente –** Uma avaliação só é viável quando é desenvolvida de acordo com os interesses e os sujeitos envolvidos. Quando promove o controle dos progressos, analisando tarefas, estudando os erros, regulando os processos, intervindo no planejamento e influenciando nas decisões. Assim, o *ato de avaliar* ao manifestar-se através de um caráter reflexivo, tem a missão de *controle* e *juízo* do próprio sistema de avaliação. Isso implica no seu desenvolvimento profissional, na formação constante do professor.

Considerando a avaliação como um processo Luckesi (1999) afirma que "*A avaliação pode ser pontual ou contínua, mas só faz sentido quando provoca o desenvolvimento do educando*". E para isso quer dizer que se desenvolve basicamente através de três passos:

1. Conhecer o nível de desempenho do aluno (*constatação da realidade*);
2. Comparar essa informação com aquilo que é considerado importante no processo educativo (*qualificação*);
3. Tomar decisões que possibilitem atingir os resultados esperados.

No entanto só isso não basta, Abramowicz (2001), alerta que "*a avaliação da aprendizagem deve ser negociada com os alunos e ir além do aspecto cognitivo*". Isso quer dizer que se o ato de avaliar tem a finalidade de ajudar os alunos na sua formação*, "não estará calcado somente em conteúdos conceituais, mas também procedimentais e atitudinais, relacionados com a vida e a sociedade". Desta forma, "o objetivo do ensino passa ser a formação integral das pessoas pautada pela orientação e não pela seleção"* (ZABALA, 2001).

3.3.1. O olhar da Educação Matemática

A avaliação, que durante décadas foi um instrumento ameaçador e autoritário está mudando, mas ainda continua sendo um dos grandes "nós" da educação moderna.

Prova disso é que as reformas curriculares de Matemática propostas na última década, em um grande número de países, têm colocado na ordem do dia a discussão sobre avaliação, fato que até então tinha pouco ou quase nenhum destaque nos programas curriculares vigentes.

Essa posição pode ser encontrada em vários documentos orientadores de reformas curriculares, como os Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, NCTM dos EUA (1989, 1991, 2000); Diseño Curricular Base, MEC da Espanha (1989, 1992); Renovação do currículo de Matemática, APM de Portugal (1988, 1991); A matemática na Educação básica: Reflexão participada sobre os currículos do ensino básico, Portugal (1999); PCN, Brasil (1997, 1998) e outros publicados na Inglaterra, Japão e Holanda, citando apenas países que implementaram reformas curriculares nos últimos 10 anos.

As práticas de avaliação que se faziam até meados dos anos 90 (séc. XX), em sua maioria, caracterizavam-se por apontar o que os alunos não sabiam, em detrimento de outros modelos que permitem atribuir valor ao que os alunos sabem. A prova tornou-se sinônimo de avaliação, tal como a palavra sabatina (realizada aos sábados) em épocas remotas. Tanto num caso como no outro, o que se fazia eram "medições" pontuais, muito longe do objetivo da avaliação contínua e significativa.

Nos antigos programas, segundo Kooji (1992), a avaliação era quase sempre feita por meio de testes escritos de duração limitada, nos quais apenas se testavam capacidades relacionadas com o uso de técnicas e algoritmos. Os novos programas exigem outras formas de avaliação. Ela não deverá se restringir às técnicas matemáticas e sim operacionalizar todos os objetivos da educação matemática, através dos quais os alunos terão a oportunidade de demonstrar que são capazes de:

- Escolher uma estratégia apropriada para resolver problemas e usar algoritmos quando resolvem estes problemas;
- Criticar um dado modelo ou argumentação;
- Integrar diferentes modelos matemáticos;
- Usar novos conceitos ou dados em situações novas, após uma breve descrição;
- Explicar a escolha de um método, o processo usado na resolução e os resultados obtidos, através de palavras convenientemente organizadas ou mediante outras formas de representação adequadas.

Para isso, há necessidade de rever a prática e mudar o seu rumo em direção à realização de uma avaliação formativa – que faça com que os alunos evoluam melhor em direção ao êxito.

3.4. A NECESSIDADE DE MUDANÇA: Avaliar acompanhando o Processo

Com a disseminação das tecnologias da informação nos produtos e nos serviços, a crescente complexidade nos equipamentos individuais e coletivos e a necessidade de conhecimentos cada vez mais elaborados para a vida social e produtiva, as tecnologias vem encontrar seu espaço próprio no aprendizado escolar regular, constituindo-se assim em um instrumento de cidadania, para a vida social e do trabalho.

Sendo assim, mudanças se fazem necessárias. A avaliação tem de adequar-se à natureza da aprendizagem, levando em conta não só os resultados das tarefas realizadas, *o produto*, mas também o que ocorreu no caminho, no *processo*.

Uma avaliação assim é orientadora do processo de compreensão por parte do professor em relação aos esquemas e ações mentais utilizadas pelos alunos.

É preciso identificar exatamente o que se quer com a avaliação, e o estudante tem que ser seu parceiro. Restringir-se a exames pontuais, com atribuição de notas e calcular a média dos resultados, não mede nem a qualidade, nem a quantidade de aprendizado. O ato de avaliar concebido dessa forma tem caráter seletivo, sancionador e almeja resultados imediatos.

Quando a ênfase da avaliação está na atribuição de notas e na classificação de desempenho, em testes e provas com resultados qualitativos e numéricos ela meramente reflete uma educação baseada na memorização de conteúdos. Já a **avaliação qualitativa** se baseia num paradigma crítico e visa à melhoria da qualidade da educação. Sua ênfase é no **processo** e reflete um ensino que busca a construção do conhecimento, afirma Abramowicz (2001).

Por outro lado, é imprópria a avaliação que só se realiza numa prova isolada. Ela deve ser um processo contínuo que sirva à permanente orientação da prática docente. Como parte do processo de aprendizado, precisa incluir registros e comentários da produção coletiva e individual do conhecimento, e por isso mesmo, não deve ser um procedimento aplicado nos alunos, mas um processo que conte com a participação deles.

Os PCNEM ainda chamam a atenção para o fato de que "*é pobre uma avaliação que se constitua em cobrança da repetição do que foi ensinado". "Ela deveria apresentar situações em que os alunos utilizem e vejam que realmente podem utilizar os conhecimentos valores e habilidades que desenvolveram*".

O professor que não estiver preocupado em "detectar" os resultados insuficientes e classifica-los poderá investigar o estágio de desenvolvimento do aluno.

Preocupado com as mudanças acima apontadas Hadji (2001), destaca que a Avaliação Formativa é o "*modelo ideal*", mas ao mesmo tempo refere-se a ela como uma "*utopia promissora*", não como uma "*realidade cotidiana*".

Explicando esta idéia, considera fatos cientificamente estabelecidos, sobre a natureza e o funcionamento do ato de avaliar. "*Diante da realidade de práticas concretas a avaliação é sempre algo diferente de uma pura e simples medida científica; ou seja, o ato de avaliação é um ato de confronto, de correlação que, em grande parte, implica em arranjos e é fruto de negociações*."

A avaliação em um contexto de ensino tem como objetivo contribuir para o êxito do ensino, para a construção de saberes dos alunos. Sendo assim é legítimo esperar que o ato de avaliação dependa da significação essencial do ato de ensinar.

A avaliação formativa, de acordo com Hadji (2001), é o horizonte lógico de uma prática avaliativa em terreno escolar. Para delimitar este modelo ideal, é necessário, em primeiro lugar "*compreender o conceito para verificar qual é o seu sentido, seu alcance e seu estatuto, e a partir daí, levantar o problema de sua operatividade*".

3.4.1. Avaliação com Intenção Formativa: A serviço das aprendizagens

A noção de avaliação formativa foi proposta por Scriven, em 1967, em relação aos currículos, antes de ser estendida aos estudantes por Bloom em 1971. Esta prática é direcionada à regulação das aprendizagens, portanto, capaz de orientar o aluno para que ele próprio possa situar suas dificuldades, e analisando-as descobrir, ou pelo menos operacionalizar os procedimentos que lhe permitam progredir.

Para Perrenoud (1999) uma avaliação "*é formativa quando auxilia o aluno a aprender e a se desenvolver, ou seja, que colabora para a regulação das aprendizagens e do desenvolvimento no sentido de um projeto educativo*".

Portanto, a avaliação torna-se formativa na medida em que se *inscreve em um projeto educativo específico*, de favorecer o desenvolvimento de quem aprende, deixando de lado toda e qualquer preocupação; e ainda, quando *informa os dois principais atores do processo*. Assim, o *professor* ao ser informado dos efeitos reais de seu trabalho pedagógico, poderá regular sua ação; e o *aluno* ao tomar consciência das dificuldades que encontra poderá corrigir ele próprio seus erros.

Toda avaliação formativa é antes contínua; e segundo Allal (1979) apud Hadji (2001) desenvolve-se em três etapas: a coleta de informações, o diagnóstico individualizado e o ajuste da ação. "*À coleta de informações, referente aos progressos realizados e às dificuldades de aprendizagem encontradas pelo aluno, acrescenta-se uma interpretação dessas informações, com vistas a operar um diagnóstico das eventuais dificuldades, tudo isso levando a uma adaptação das atividades de ensino/aprendizagem*."

Tendo em vista a realização de uma avaliação assim descrita, Hadji (2001) faz recomendações a serem observadas, que classifica em quatro grandes categorias:

1) *Do ponto de vista dos* ***objetivos da prática avaliativa:***

- que se devia privilegiar a auto-regulação;
- desvinculado, na medida do possível, o escolar do social;
- pela designação e pela explicitação do que se espera construir e desenvolver através do ensino; de maneira que o aluno perceba o "alvo" visado;
- aproprie-se tanto dos critérios de realização quanto dos critérios do êxito e esteja em posição de julgar sua condição com conhecimento de causa;

- tornando-se o professor capaz de fundamentar as remediações feitas sobre os diagnósticos elaborados;
- e de diversificar sua prática pedagógica, por meio de um aumento de sua variabilidade didática.

2) *Do ponto de vista das* ***modalidades da prática avaliativa:***

- que o professor não devia autoeliminar sua criatividade e sua imaginação;
- que devia ter a preocupação de falar "correta" e pertinentemente;
- privilegiando avaliações em segunda, até mesmo em primeira pessoa.

3) *Do ponto de vista das* ***condições técnicas da avaliação:***

- que se trata de relacionar de maneira coerente o exercício de avaliação ao objeto avaliado;
- de explicitar os exercícios;
- de especificar o sistema de expectativas e os critérios;
- de não se afogar em um mar de observáveis;
- ampliando, entretanto, o campo das observações a fim de tornar a avaliação mais informativa.

4) *Do ponto de vista da deontologia*[45] ***do trabalho do avaliador, este teria o dever de ter:***

- *prudência* – jamais se pronunciar levianamente;
- *clareza* – construir um "contrato social", fixando as regras do jogo;
- *reflexão prévia* – despender tempo para refletir e identificar o que julgava poder esperar dos alunos;

[45] A deontologia é etimologicamente a ciência dos deveres. O termo designa o conjunto de regras e deveres profissionais. (Hadji, 2001)

- *distanciamento ou desconfiança* – desconfiar, a esse respeito, do que parece ser evidente;
- *transparência* – enunciar os valores em nome dos quais se tomará a decisão;
- *reserva ou retenção* – não se deixar levar por uma embriaguez judiciária.

Para não perder de vista o modelo ideal de uma EVF[46] e torná-lo operacional, se devem respeitar as seguintes condições:

1. Ter sempre o objetivo de esclarecer os atores do processo de aprendizagem (alunos e professor);
2. Recusar limitar-se a uma única maneira de agir ou a práticas estereotipadas;
3. Tornar os dispositivos transparentes;
4. Desconfiar dos entusiasmos e dos abusos de poder.

Embora se saiba que a avaliação não deve ficar restrita a testar capacidades relacionadas a técnicas e algoritmos e à prescrição de uma nota, verifica-se que ainda hoje não se privilegia a utilização de recursos, critérios e dispositivos adequados para observar o processo.

3.5. INSTRUMENTALIZANDO A AVALIAÇÃO: Recursos e Dispositivos

Numa prática avaliadora reflexiva, observa-se uma dialética entre medida e significado, entre juízo e análise, que serve de ajuda aos integrantes do sistema escolar.

---

[46] EVF do Francês (*Évaluation à Volonté Formative*) é definida por Hadji (2001) como Avaliação com Intenção Formativa.

Em 1989, alguns documentos orientadores de reformas curriculares nos EUA, preocupados com a avaliação praticada recomendavam que[47]:

É MAIS IMPORTANTE	**DO QUE**
➜ Comprovar o que sabem os alunos e como pensam em relação às idéias e aos procedimentos matemáticos.	Comprovar o que os alunos não sabem
➜ Considerar a avaliação parte integrante da docência	Considerar a avaliação simplesmente um levantador de respostas acertadas de um exame com o único propósito de prescrever uma boa nota
➜ Centrar-se em uma gama ampla de tarefas matemáticas e adotar uma visão global das matemáticas	Centrar-se em um grande número de destrezas específicas e isoladas organizadas numa matriz de conteúdo/atuação
➜ Propor situações de problemas que requeiram a aplicação de diversas idéias matemáticas	Utilizar exercícios e enunciados que requeiram uma ou duas destrezas
➜ Utilizar técnicas múltiplas de avaliação, incluindo formatos escritos, orais e demonstração	Utilizar exclusivamente provas escritas
➜ Utilizar na avaliação calculadoras, computadores e materiais de manipulação.	Excluir do processo de avaliação as calculadoras, computadores e materiais de manipulação.
➜ Valorar o programa, recolhendo de forma sistemática informação sobre resultados, currículo e docência	Valorar o programa baseando-se exclusivamente na pontuação de exames.
➜ Utilizar provas-padrão de consecução de objetivos como um dos muitos indicadores do resultado de um programa	Utilizar provas-padrão de consecução de objetivos como único indicativo do resultado de um programa

Tendo em vista estas recomendações, se questiona: Que instrumentos utilizar para levantar as informações necessárias ao avaliar? Como devem ser os instrumentos a serem utilizados no desenvolvimento de um dispositivo[48] que avalie o processo de aprendizagem?

---

[47] Extraído e adaptado por Bigode, do documento Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics e publicado pelo NCTM, EUA.

[48] Dispositivo de avaliação é definido por Hadji (1994), como “um conjunto de modalidades previstas de levantamento e tratamento da informação”.

Embora existam muitos instrumentos que permitem levantar e tratar as informações, com o objetivo de acompanhar o trabalho do aluno e fazer com que todos se integrem ao processo de aprendizagem; Hadji (2001), alerta para o fato de que ao construir de um dispositivo de avaliação, no sentido de uma “aprendizagem assistida por avaliação”, com intenção formativa, o professor-avaliador deve ter em mente a realização de tarefas anteriormente citadas: *desencadear comportamentos a observar; interpretar os comportamentos observados; comunicar os resultados da análise e remediar os erros e as dificuldades analisados*.

Com esta nova visão de avaliação e pensando mais especificamente no ensino-aprendizagem de Matemática, vários autores (SANTOS, 1997), indicam instrumentos “interessantes” para obter as informações significativas a serem utilizadas no dispositivo. Instrumentos que tornem o ato de avaliar verdadeiramente útil em uma situação pedagógica; e que permitam a realização de uma avaliação formativa, contribuindo assim com o processo de construção do conhecimento.

Dentre estes instrumentos, destacam-se:

- **as observações do professor:** do trabalho em aula (seguido de reflexão e discussão), das atitudes (cooperação, organização, ...) nas atividades realizadas, da qualidade das questões levantadas, propostas ou resolvidas;
- **a auto-avaliação:** o aluno precisa avaliar o seu próprio desempenho e o seu empenho em aprender. Ao analisar um dia de trabalho ou a sua performance num período mais longo, o aluno acompanha o seu progresso: descobrindo as dificuldades que sentiu, questionando-se sobre o porque isso aconteceu e verificando as necessidades para remediar seus erros;
- **os testes e provas:** rotineiros ou desafiadores; individuais, em duplas ou em grupo; na escola e/ou em casa; com ou sem consulta; escritos ou orais; em duas ou mais etapas; e ainda as avaliações elaboradas pelos alunos;
- **a resolução de problemas e/ou atividades:** individuais, em duplas e/ou em grupo; problemas que envolvam cálculos simples ou complexos; problemas ou atividades com questões abertas (exigindo justificativa e/ou validação do raciocínio matemático); problemas de processo (envolvendo etapas); de

aplicação (projeto de investigação) e/ou problemas desafio (quebra-cabeças, puzzle, etc.), e ainda atividades inventadas pelos alunos;

- **os mapas conceituais:** "*são a organização pictórica dos conceitos, exemplos e conexões percebidos pelos alunos sobre um determinado assunto*" (Santos, 1997). Ou seja, a representação visual em que o aluno (ou um grupo de alunos) demonstra através do uso de palavras, desenhos ou outros símbolos o que percebe (percebem) em sua mente (mentes) sobre um determinado tema ou assunto central. Esta organização visual de palavras exibe as propriedades do conceito central, apresentam exemplos e características do mesmo e registra também outros conceitos relacionados ao tema central. Novak, J. E Gowin, D. (1984) criaram os mapas conceituais com o objetivo de investigar a aquisição de conceitos e aprendizagem significativa, de realizar o planejamento instrucional ou de pesquisas, e ainda a avaliação.

  Os mapas conceituais podem ser de diversos tipos[49] (*Diagnóstico, Exploratório, Estudo e Avaliação*) e são utilizados como instrumentos pedagógicos pelos professores. *Diagnóstico* – para verificar um conhecimento prévio. Como um mapa conceitual é um retrato instantâneo do aluno num determinado momento, ao ser usado no início do processo de ensino-aprendizagem, mostra qual é a imagem mental que ele tem sobre um assunto naquele instante. *Exploratório* – é utilizado durante o processo com o objetivo de aprofundar o conteúdo e/ou estabelecer relações entre o assunto estudado e outros temas. *Estudo* – realizado nas fases que precedem uma avaliação formal, pois ao confeccionar o mapa conceitual o aluno está estudando e organizando seus conhecimentos. *Avaliação* – pode ser usado como auto-avaliação ou durante a fase formal da avaliação, quando se quer analisar a evolução da aprendizagem de um determinado conceito.

- **o uso da linguagem oral e/ou escrita:** tarefas que envolvam argumentação e/ou comunicação, realizadas individualmente ou em grupo, ao verbalizar e expressar suas idéias sobre as soluções de atividades em matemática. Depois de articular oralmente suas conjecturas, o aluno registra por escrito o seu pensamento sobre

[49] Classificação proposta por Santos, V. M. P. (1994), ao realizar uma investigação sobre o raciocínio em matemática e a avaliação da aprendizagem.

o processo de resolução de um problema ou trabalho proposto. Esses trabalhos podem ser o relato e registro de memórias ou diários, as redações ou cartas, as poesias, as crônicas, as músicas ou jogos, os relatórios ou ensaios, os diálogos criativos e, ainda as histórias em quadrinhos.

- **as atividades de culminância:** são as atividades mais amplas, que exigem maior tempo de execução e, que por isso, envolvem discussão, reflexão e planejamento. São os projetos, os campeonatos ou olimpíadas, os seminários, as exposições, a semana da matemática e os books ou portifólios - definidos por (Santos, 1999), como uma coletânea dos trabalhos selecionados pelo aluno como suas melhores produções. Ao confeccionar o seu book ou portfólio, o aluno se auto-avalia criticando e justificando os seus trabalhos. Algumas dessas atividades podem resultar em produções materiais geradas pelos alunos, individualmente ou em grupo, tais como: publicações, levantamentos estatísticos, pesquisas históricas, relato de fatos jornalísticos, medições, construção de embalagens, etc.

No entanto, é importante lembrar que nenhum instrumento ou estratégia utilizada no levantamento das informações para o dispositivo desenvolvido, a fim de avaliar o conhecimento e o raciocínio do aluno, "é melhor" do que o outro. O ideal é mesclar, adaptando às necessidades e à realidade de cada turma utilizando-se deles em vários momentos do processo educativo.

Reforçando essa idéia Santos (1994), coloca que "*o uso de uma variedade de instrumentos vai fornecer ao professor, ao aluno, aos pais e à comunidade escolar um retrato mais fidedigno do que está ocorrendo em termos de raciocínio e aprendizagem matemática do aluno*".

3.6. CONSTRUIR UM DISPOSITIVO DE AVALIAÇÃO: Critérios a observar

Hadji (1994) define um dispositivo de avaliação como "*um conjunto de modalidades previstas de levantamento e tratamento da informação*". Esse dispositivo descreve e articula as circunstâncias e momentos, a natureza das informações a recolher e os instrumentos de ajuda à elaboração do trabalho.

Sendo assim, o que se deve levar em conta ao construir um dispositivo de avaliação?

Se o que se pretende é realizar uma avaliação com intenção formativa, o dispositivo a ser desenvolvido deverá permitir a realização concreta das seguintes tarefas: *desencadear* (comportamentos a observar/interpretar); *observar/interpretar* (esses comportamentos); *comunicar* (os resultados da análise); e *remediar* (os erros e as dificuldades analisados).

Por que essas tarefas constituem concretamente os critérios para a construção de um dispositivo adequado?

No que segue, vamos analisá-las uma a uma:

3.6.1. Desencadear comportamentos a observar

Para construir o dispositivo de avaliação é preciso, em primeiro lugar, determinar de que maneira se *poderão apreciar* os conhecimentos dos seus alunos. Isto significa estabelecer as condições em que ocorrerá a avaliação: quando ocorrerá, o tempo que lhe será concedido, as tarefas que o aluno irá realizar, o tipo de atuação que será levado em conta, o suporte privilegiado (escrita ou fala), etc...

O professor deve multiplicar as ocasiões de se informar para que possa avaliar por observação o comportamento natural do aluno em aula.

Toda avaliação instituída exige um dispositivo mais ou menos elaborado, sendo assim, é necessário construir e comunicar *um referente* para o problema a resolver, para o tema da dissertação, para os exercícios que serão realizados, etc..

Construir esse referente para Hadji (p.79) implica em seguir as seguintes regras:

- *Determinar as questões que devem ser respondidas por meio da avaliação*

Construir o objeto de avaliação é dizer, antes de qualquer coisa, sobre o que se deverá coletar nas informações. É estabelecer, o saber, o savoir-faire, o saber-ser; a competência, a capacidade, a habilidade, etc. sobre o que se questiona.

A avaliação só é formativa se for *informativa*. E só é “informativa” se responder a perguntas. É a interrogação que cria o objeto da avaliação.

O professor deverá então se expressar por meio dessa questão. Por ex: O aluno é capaz de... (fazer o quê?). Ele compreendeu... (o que exatamente?). Ele sabe... Se ele sabe fazer... (o quê?)

Especificar as questões da avaliação leva a expressar os conteúdos em termos de objetivos de ensino – os saberes declarativos ou procedurais, cuja aquisição se quer apreciar.

- *Determinar (eventualmente) as decisões que podem ser tomadas após a avaliação*

Uma das funções da avaliação é preparar uma tomada de decisão, esclarecendo a quem decide.

A busca de informações úteis pode esclarecer o professor sobre os principais problemas encontrados e redirecionar a sua prática.

- *Estabelecer os espaços de observação*

"*Cada objetivo identificado designa **naturalmente**, um espaço de observação." (...) "Cada **espaço de observação** corresponde a uma classe típica de comportamentos/problemas."* (HADJI, 2001, p.80)

É importante precisar bem os espaços, pois eles definem a natureza, a dimensão, o aspecto ou os comportamentos a observar. Para estabelecer esses espaços, devem-se fazer uma lista de situações problemáticas características que colocam em jogo o objetivo/objeto da aprendizagem.

- *Escolher, enfim, os instrumentos de coleta de dados a serem utilizados no dispositivo de avaliação.*

Para realizar a coleta dos dados, os exercícios de avaliação se transformam em problemas, o que antes era chamado de situações problemáticas características. Por ex: Quero saber se..., e para tanto, devo observar... , a fim de decidir que....

Para cada situação, podem ser escolhidos um ou mais exercícios.

Ao construir os exercícios/desencadeadores de avaliação, é importante lembrar que: (HADJI, 2001, p.85)

a) O essencial é situar-se em um procedimento que vai das *intenções* (objetivos) aos *instrumentos*;
b) A tarefa fundamental (critério de realização da construção do desencadeador) é determinar os *comportamentos* (espaços de observação) que se deverá observar em função dos objetivos estabelecidos no plano pedagógico;
c) A preocupação constante é a articulação entre os exercícios de avaliação (desencadeadores) e o objeto avaliado.
d) A ação pode ser mais fecunda se executada por um grupo de trabalho. A troca entre colegas, o confronto e o distanciamento permitem uma análise mais apurada do objeto em estudo.
e) A articulação entre referido e referente é fundamental, uma vez que o que será observado dependerá fundamentalmente, das expectativas referentes aos alunos.

3.6.2. Interpretar os comportamentos observados

Embora os exercícios (desencadeadores) sejam essenciais para a avaliação, de nada servem se a leitura (a observação), do trabalho do aluno, não for interpretada e eventualmente codificada. (HADJI, 2001, p. 95)

Interpretar os comportamentos observados implica na mobilização de instrumentos específicos, que serão as grades de leitura do processo e do produto.

No entanto, nem sempre é evidente apreender bem o que é observável, do ponto de vista da competência visada. Então, para tirar conclusões sobre a presença ou ausência do objeto visado, é preciso munir-se de observáveis e, ao mesmo tempo, “ver” o que não é observável.

De acordo com Vermersch (1983) apud Hadji (2001), ao interpretar os comportamentos (observáveis) de uma tarefa dos alunos, deve-se levar em conta que:

> *“nem sempre a correção do desempenho significa o domínio da competência, como tampouco o erro demonstra a sua ausência. O resultado correto pode ser produzido pela operacionalização da competência desejada, como também por outros meios (acaso, sorte, fraude, intuição, etc.). E um mau desempenho pode ser causado por uma falha ou desatenção passageiras, por uma inabilidade pontual ou pela ausência de uma competência diferente daquela visada.”*

O desempenho jamais é um indicador claro de competência, portanto, a análise dos resultados será mais rica e útil se as informações retidas durante a observação forem capazes de alimentar uma “*interpretação dos itens, dos erros ou acertos dos alunos*”. (HADJI, 1994)

3.6.3. Comunicar os resultados da análise

Segundo Hadji (2001, p.109), todo ato de avaliação sempre tem uma dimensão de comunicação, que no contexto escolar se torna mais verdadeiro, pois é por meio dele que o professor se pronuncia sobre o modo como julga que suas expectativas devem ser satisfeitas.

Embora a prática do feedback seja pouco utilizada pela avaliação escolar, tornar a avaliação mais formativa “*é saber captar as reações dos alunos, suas questões sobre o sentido e o alcance do que foi dito pelo avaliador, seus pedidos de explicação sobre as apreciações e notas*”. (HADJI, 2001, p. 110)

Ao comunicar os resultados de sua análise Barlow (1992) apud Hadji (2001) propõe que uma apreciação formativa deve se realizar através da: “*interpelação direta do aluno; exposição dos resultados obtidos, no passado; análise desses resultados, com adjuntos adverbiais adaptados; especificação da conduta a seguir no futuro, no condicional; se necessário, encorajamentos, no imperativo; e, emprego da 1ª pessoa para se envolver pessoalmente.*”

No que diz respeito à correção de trabalhos e comunicação dos resultados, Veslin (1992, p.112) estabelece os seguintes critérios: *manifestar benevolência;*

dirigir-se a pessoa, mas avaliar o produto; tratar a produção como um momento em uma aprendizagem; remeter à atividade do aluno; e, escolher uma formulação, um tom, que não marginalize o erro.

Isso porque o erro em uma avaliação formativa não é uma falta a ser reprimida, mas uma fonte de informação, e isso tanto para o professor – cujo dever é analisar a produção e, através dela, a situação do aluno – como para o aluno, que precisa compreender seu erro para não mais repeti-lo, e progredir.

3.6.4. Remediar os erros e as dificuldades

Quando se estabelece um diálogo professor/aluno, que proporcione a troca através de sugestões e/ou soluções para o problema em questão, abre-se o caminho para possíveis remediações dos erros e dificuldades.

A remediação não é uma atividade de ordem avaliativa, mas pedagógica.

Para desenvolver um trabalho, que busque uma remediação eficaz, é necessário que o professor: "*não se limite a uma visão estreita de remediação e tenha a clara consciência dos possíveis eixos de ação*" (HADJI, 2001, p.123).

Os erros e dificuldades, antes de tudo, servem como orientação ao professor para sua prática pedagógica. Ao detectá-los o professor tem a possibilidade ímpar de propor novas atividades, utilizar novos métodos, e de remediar erros e dificuldades da melhor maneira possível.

Tomando por base os critérios, propostos por Hadji (2001) e aqui analisados; e as várias tentativas de construção e operacionalização de um dispositivo tecnológico de avaliação, relatados no capítulo 1; encaminhou-se a presente investigação.

Como esse estudo tem o objetivo de construir e operacionalizar um dispositivo de avaliação tecnológico, que permita acompanhar o desenvolvimento de ações que favoreçam o "*pensar matematicamente*"; o caminho escolhido para o desenvolvimento da pesquisa, levará em conta as peculiaridades que os ambientes informatizados possuem, já que é ali que ocorrerá a avaliação. Isso será visto no próximo capítulo.

CAPÍTULO 4

O PERCURSO DA PESQUISA:

Escolhendo um caminho

> "Os imensos problemas com que se defronta a sociedade brasileira exigem soluções que implicam em mudanças profundas, e estas precisam ser subsidiadas por um corpo de conhecimentos significativamente mais amplo e mais confiável do que aquele que estamos produzindo. A confiabilidade e aplicabilidade dos conhecimentos produzidos nas Ciências Sociais e na Educação depende da seleção adequada de procedimentos e instrumentos, da interpretação cuidadosa do material empírico (ou dos "dados"), de sua organização em padrões significativos, da comunicação precisa dos resultados e conclusões".
>
> Alda Judith Alves-Mazzotti (1999)

Esse capítulo aborda o desenvolvimento do trabalho, as decisões e as iniciativas ao escolher e percorrer um caminho. Partindo da opção metodológica para a realização da pesquisa, passando pelo planejamento e construção do dispositivo de avaliação "tecnológico", que permitisse avaliar formativamente, conforme a proposta de Hadji (2001), exposta no Capítulo 3; até a apresentação do conjunto de planilhas interligadas que o compõe.

A decisão pela realização de uma pesquisa qualitativa[50], se deve ao fato que tínhamos versões anteriores de dispositivos, resultantes das várias tentativas relatadas no Capítulo 1. Esse "modelo", resultante da experimentação, remediação e aprimoramento, incorporam as idéias anteriores.

No percurso da pesquisa, apresentou-se a necessidade de operacionalizar o dispositivo construído, ainda que a investigação não pretendesse "validar" as planilhas interligadas.

---

[50] De acordo com Alves-Mazzotti (1999), pesquisas qualitativas são aquelas cuja ênfase recai sobre a compreensão das intenções e do significado dos atos humanos. Isso significa que partem do pressuposto de que as pessoas agem em função de suas crenças, percepções, sentimentos e valores e que seu comportamento tem sempre um significado que não se dá a conhecer de modo imediato, precisa se desvelado.

4.1. A OPÇÃO METODOLÓGICA: Realizar uma pesquisa qualitativa

Para que uma pesquisa seja conduzida de modo significativo e consistente, evitando assim que suas descobertas e interpretações apresentem contradições e discordâncias na análise e interpretação dos dados, "*é necessário que haja uma ressonância entre a pesquisa feita, a abordagem epistemológica subjacente a metodologia utilizada"* (LINCOLN & GUBA, 1985). Ou seja, deverá existir uma harmonia entre o objetivo da pesquisa e a escolha metodológica.

Os objetivos desse estudo são a construção e operacionalização de um dispositivo tecnológico para a avaliação com intenção formativa, de modo que permita acompanhar a aprendizagem de Geometria e o desenvolvimento de ações que favoreçam o *pensar matematicamente* em ambientes informatizados.

A decisão pelo desenvolvimento de uma pesquisa qualitativa, deve-se a vários fatores, entre eles: *por considerar o pesquisador como o principal instrumento da investigação*, uma vez que está em contato direto com o campo para captar os significados das observações*; pela natureza dos dados qualitativos a serem recolhidos* (descrições detalhadas de situações, eventos pessoas, interações e comportamentos, citações literais do que as pessoas falam sobre as suas experiências, atitudes e pensamentos); e ainda, pela possibilidade de *realizar a análise e interpretação dos dados de forma interativa com a coleta*, durante todo o processo de investigação.

Essa opção metodológica se justifica pelo fato de que a sua realização depende "*da observação de fatos, comportamentos e cenários, e da análise de instrumentos*". Neste caso, o instrumento de análise é o próprio dispositivo de avaliação (planilhas interligadas), o cenário para a observação dos fatos e comportamentos foi o *ambiente interativo e dinâmico*[51] que o software Cabri Géomètre oferece aos alunos participantes de uma oficina.

Desenvolver uma pesquisa qualitativa, segundo Alves-Mazzotti (1999), implica em detalhar os procedimentos metodológicos que orientam o estudo: suas etapas, a descrição do contexto, o processo de seleção dos participantes, o

---

[51] Entenda-se ambiente interativo e dinâmico como ambiente informatizado.

instrumental para a coleta e análise dos dados, os recursos para maximizar a confiabilidade dos resultados e o cronograma.

Tendo em vista a importância atribuída ao contexto nas pesquisas qualitativas, foi realizado um "*período exploratório*" precedendo a pesquisa propriamente dita: "a *investigação focalizada*". Essas etapas são sugeridas pela autora citada, uma vez que no *período exploratório* se tem uma visão geral do problema - que contribui para focalização de questões e identificação de informantes ou outras fontes de dados – e, na *investigação focalizada* se pode "*recorrer a instrumentos auxiliares, como questionários, formulários de observação ou outros que surjam da sua criatividade*".

O período exploratório desse trabalho constou de *entrevistas* junto a professores de Matemática, com o objetivo de obter informações para a orientação das decisões iniciais sobre o direcionamento da pesquisa. De acordo com Alves-Mazzotti (1999), "*a entrevista, por sua natureza interativa, permite tratar de temas complexos que dificilmente poderiam ser investigados adequadamente através de questionários, explorando-os em profundidade*".

Essas entrevistas eram pouco estruturadas, sem um fraseamento ou uma ordem rigidamente estabelecida para as perguntas, assemelhando-se a uma conversa, uma vez que em entrevistas qualitativas, "*o investigador está interessado em compreender o significado atribuído pelos sujeitos a ventos, situações, processos ou personagens que fazem parte de sua vida cotidiana*" (ALVES-MAZZOTTI, 1999). A opção se justificava pelo interesse em compreender o significado do ato de avaliar para esses professores, e, em investigar a possibilidade de utilização de um dispositivo de avaliação tecnológico para acompanhar o ensino em ambientes informatizados.

Inicialmente, foram elaboradas as seguintes questões centrais:

1. Fale um pouco da sua formação e da sua trajetória profissional.
2. Como você ensina Geometria? (uso do livro - estilo da aula) Qual o conteúdo trabalhado? (abrangência)
3. Como você avalia "cobra" a Matemática (Avaliação)?
4. Como você "cobra" a Geometria?
5. O que você acha de introduzir o computador numa aula de Matemática?

Na prática, as entrevistas não se limitaram somente a essas perguntas, elas foram apenas "*questões disparadoras*" que serviram de orientação ao pesquisador. A partir delas, surgiram muitas outras, que enriqueceram em muito a investigação, como pode ser verificado no relato dos anexos 5(A) e 5(B).

Essa técnica de coleta de dados contribuiu para a focalização das questões centrais referentes ao dispositivo. Por exemplo, nenhum dos entrevistados tinha a idéia de "*avaliação como processo*", e muitos deles usavam o computador "*apenas para digitar seus trabalhos*" (textos, provas, etc...) A partir do material das entrevistas ficou muito clara a necessidade de aprofundar o estudo de um dispositivo que permitisse ao professor uma "*mudança de olhar*" na avaliação.

Enfim, analisando as respostas obtidas nessa fase da pesquisa, sobre "*o que se avalia, como se avalia, e para que se avalia*", em tempos que novas tecnologias possibilitam o ensino de Geometria em ambientes informatizados, verificou-se a pertinência e a relevância para a construção do dispositivo tecnológico para realizar a avaliação da aprendizagem.

Os resultados dessa fase da pesquisa constaram do trabalho denominado "*A influência das novas tecnologias no processo de avaliação do ensino de Geometria*" (PAUPITZ, 2001), discutido no GT8 (Grupo de Trabalho de Avaliação em Educação Matemática, do ENEM 2001 (VII Encontro Nacional de Educação Matemática), realizado no Rio de Janeiro/RJ. O tema central do VII ENEM era Educação Matemática e as Novas Tecnologias e o relatório do Grupo de Estudos sobre a pesquisa encontra-se em anexo. **(ANEXO 6)**

A idéia de dispositivo é um "objeto" teórico. Entretanto sua implementação é de cunho prático. Por essa razão optou-se por uma abordagem construtivista, segundo Gravina (1998), para a sua operacionalização. A opção pelo software para Geometria Dinâmica "*Cabri Géomètre*" em nossa pesquisa, foi devido ele ser um dos ambientes dinâmicos construtivistas abordados por Gravina (1998).

Passando à fase da "*investigação focalizada*", vamos considerar dois momentos no desenvolvimento da pesquisa:

1. **O planejamento e a construção do dispositivo tecnológico** (planilhas interligadas) de modo a permitir ao professor avaliador: "*desencadear comportamentos a observar, interpretar os comportamentos observados, comunicar os resultados da análise e remediar os erros e as dificuldades analisadas"*. (HADJI, 2001)
2. **A sua operacionalização** por meio do registro e análise das observações de ações dos estudantes ao "Pensar Matematicamente", durante a realização de atividades no computador.

Para verificar se o dispositivo construído era operacional, foi oferecida a alunos da 1ª série do curso de Licenciatura em Matemática, uma oficina em um ambiente informatizado, tendo o software Cabri Géomètre como ferramenta para o ensino de Geometria. Essa oficina, denominada "*Explorando o dinamismo do software Cabri Géomètre para ensinar Geometria*", foi desenvolvida em 20 horas (13/09 a 08/11/2002), na Universidade Tuiuti do Paraná – Curitiba – PR.

A escolha do campo para a coleta dos dados, bem como a seleção dos participantes foi *proposital,* pois de acordo com Alves-Mazzotti (1999), "o pesquisador os escolhe em função das questões de interesse do estudo e também das condições de acesso e permanência no campo e disponibilidade dos sujeitos". Para isso, tomou-se por base o seguinte critério: a) o ambiente informatizado era conhecido pelo pesquisador; b) o campo de fácil acesso, devido ao meu trabalho como professor na instituição; e, c) os alunos participantes da oficina seriam futuros professores de matemática (*ensinando e avaliando em ambientes informatizados*), uma vez que freqüentavam um curso de licenciatura.

Ao planejar essa oficina foram selecionados conteúdos a serem abordados e distribuídos em 8 atividades, definidas as metodologias e um cronograma para sua execução.

Os **conteúdos e os objetivos** de cada atividade, discriminados abaixo, fazem parte da Geometria Básica presente nos currículos do ensino fundamental e/ou médio.

ATIVIDADE	CONTEÚDO	OBJETIVOS
1ª	Ângulos: elementos e propriedades	1º. Investigar *invariantes*[52] ao explorar o movimento dos objetos construídos: ponto médio e mediatriz. 2º. Realizar construções geométricas simples envolvendo pontos, segmentos, semi-retas e retas concorrentes ou perpendiculares; 3º. Estabelecer relações entre os ângulos formados pela construção.
2ª	Ângulos: bissetriz de um ângulo	1º. Explorar um objeto construído (CAIXA PRETA) [53] e através de suas propriedades escrever uma definição; 2º. Construir um ângulo e a sua bissetriz.
3ª	Triângulos: propriedades dos ângulos internos e externos	1º. Verificar experimentalmente a propriedade: "*A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180°";* 2º. Verificar experimentalmente a propriedade: "A medida de um ângulo externo de um triângulo qualquer é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele".
4ª	Triângulos: propriedades do triângulo Isósceles	1º. Construir um triângulo isósceles, através de suas características. 2º. Demonstrar uma propriedade do triângulo isósceles, e verificar a sua recíproca através da figura construída.
5ª	Triângulos: pontos notáveis - Baricentro, Circuncentro, Incentro e Ortocentro	1º. Investigar por meio da construção das medianas, mediatrizes, bissetrizes e alturas de um triângulo qualquer, propriedades que determinam pontos notáveis; 2º. Verificar experimentalmente as propriedades do Baricentro, do Circuncentro, do Ortocentro e do Incentro de um triângulo qualquer.
6ª	Quadriláteros: paralelogramo e retângulo	1º. Investigar as propriedades das figuras construídas para identificar e classificar estes quadriláteros; 2º. Verificar experimentalmente qual é a relação existente entre os dois quadriláteros; 3º. Construir e descrever a construção de um paralelogramo a partir do retângulo.

[52] O termo *invariantes* refere-se a propriedades intrínsecas aos objetos construídos.
[53] A designação "***CAIXA PRETA***" foi usada pelo grupo de pesquisadores franceses do IMAG, para atividades que se desenvolvem a partir da apresentação da figura pronta em um arquivo. Nesta figura as etapas de construção são desconhecidas, portanto, cabe ao aluno investigar e descobrir suas propriedades. Em seguida, ele deverá reproduzir a figura em questão, de modo que as suas propriedades sejam mantidas independentes do movimento.

7ª	Quadriláteros: propriedades	1º. Identificar a que classes pertencem os quadriláteros construídos, através da verificação de suas propriedades; 2º. Investigar propriedades das diagonais de quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio e losango e verificar relações existentes entre eles.
8ª	Quadriláteros: construção e relações	1º. Realizar a construção de quadriláteros utilizando para isso as suas propriedades; 2º. Investigar as relações existentes entre as figuras construídas.

Os roteiros de aula **(Anexo 7)** dessas atividades foram retirados, ou adaptados, de livros que orientam o trabalho de professores em ambientes de Geometria Dinâmica[54].

Para o desenvolvimento do trabalho durante a oficina foram utilizadas diferentes **metodologias**:

- Construção e exploração de figuras geométricas, a partir de roteiro de aula, tendo como objetivo estimular o aluno a movimentar a figura e a utilizar as opções do menu para fazer conjecturas, testar hipóteses e escrever uma definição para o objeto geométrico em questão;
- Investigação e descoberta de "INVARIANTES" (propriedades intrínsecas aos objetos construídos) em uma CAIXA PRETA, objetivando-se com isso que o aluno percorra algumas etapas do método científico: a observação, a exploração, o levantamento de conjecturas, a pesquisa teórica, a confirmação ou não dessas conjecturas e, finalmente, a *validação,* que segundo Sangiacomo [et all.] (1999), refere-se a uma confirmação, por meio de propriedades e/ou ferramentas do Cabri, de que o método de construção foi eficiente;

[54] Os livros utilizados para a elaboração das atividades foram:
Geometria Plana com Cabri - Géomètre: diferentes metodologias – Sangiacomo L. [et all.]; coord. Tânia Maria Mendonça Campos. São Paulo: PROEM, 1999.
Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri – Géomètre - Lígia S. [et al.]; coord. Tânia Maria Mendonça Campos. São Paulo : PROEM, 1999.

- Verificação experimental das propriedades de objetos geométricos a partir de questões cujas respostas permitam estabelecer relações e realizar uma demonstração;
- Apresentação de problemas que desafiem os alunos a buscar estratégias, trocarem experiências com os colegas, na identificação e aplicação dos conceitos necessários a sua resolução.

O **cronograma** para o desenvolvimento da oficina, em 5 módulos de 4 horas, teve a seguinte distribuição:

DATA	CONTEÚDOS / ATIVIDADES / RECURSOS
13/09	• Contexto: a Educação e a Tecnologia. Algumas metodologias mais utilizadas para o ensino de Geometria dinâmica • Exploração livre das opções dos menus e da barra de ferramentas do Cabri Géomètre.
27/09	• Construções geométricas simples, auxiliadas por roteiros. (1ª atividade) • Investigação de uma CAIXA PRETA - figura construída para a exploração de propriedades. (2ª atividade)
11/10	• Ângulos: construções e propriedades. (3ª atividade) • Triângulos: construções e propriedades. (4ª e 5ª atividades)
25/10	• Paralelismo e perpendicularismo. (6ª atividade) • Quadriláteros: construções e propriedades. (7ª atividade)
08/11	• Quadriláteros: construções e propriedades. (8ª atividade) • Elaboração de roteiros de aula aplicados a essas situações.

Os roteiros das atividades realizadas e as respostas escritas dos alunos **(Anexo 7 e 8)** tinham como objetivo promover a observação do *processo* de avaliação, ou seja, a observação do desenvolvimento de ações que caracterizam o "*pensar matematicamente*". Para controlar o trabalho realizado e a entrega do material escrito (respostas e conclusões dos alunos registradas nos roteiros de aula), foi montado o quadro "*Quadro Resumo*" do curso **(anexo 9)**. Em princípio, com o *Quadro de Controle*, tínhamos a intenção de avaliar valores e atitudes desenvolvidas pelo aluno, tais como: "*Demonstra Responsabilidade*" ou "*Age com Ética*". Para tanto, estabelecemos os códigos: **X** – entregue na data, **AF** – entregue com atraso por falta no encontro, **A** – entregue com atraso sem justificativa. Se o aluno não realizou a atividade ou não entregou o relato "*deixava-se em branco*".

Os estudantes participantes da oficina conheciam o objetivo da minha pesquisa, e sabiam que eu estaria registrando observações durante a oficina, e que poderia complementar com as obtidas através do material escrito resultante das atividades propostas, e/ou da gravação/filmagem[55] das discussões sobre os conteúdos, no momento do desenvolvimento das ações.

Tendo em vista a realização de uma avaliação formativa, isto é, uma avaliação em que a prática AVALIAR se torna auxiliar da prática APRENDER, se estabeleceu um contrato didático, no curso proposto. A idéia de "contrato didático" é definida por Brousseau (1996) como o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno, e também o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor, que regulam o funcionamento da aula e as relações professor-aluno-saber. Esse contrato se refere "*às regras que determinam explicitamente ou implicitamente, o que cada elemento da relação didática deverá fazer e estabelece o que será válido nessa relação*". (MEDEIROS, 2001).

No caso dessa relação didática ficaram estabelecidas regras de como seria "a *avaliação*": a utilização de planilhas interligadas para acompanhar o processo, por meio de registros realizados pelo professor e também pelo aluno na sua auto-avaliação. Uma vez que a auto-avaliação foi planejada como parte integrante do processo de ensino-aprendizagem ela foi tratada como uma estratégia de ensino, assumindo assim um caráter formativo que de acordo com os PCNEM (1999) pode favorecer o progresso pessoal e a autonomia do aluno; permitindo que ele tome consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento e que o professor possa controlar e melhorar a sua prática pedagógica.

---

[55] A gravação e a filmagem foram planejadas como suporte a observação das atividades. No capítulo 5 voltaremos a tratar dessa questão.

Na seqüência, relataremos como foi pensado e construído, esse conjunto de planilhas que formaram o dispositivo de avaliação.

4.2. O DISPOSITIVO EM QUESTÃO: Planejamento e Construção

De acordo com Hadji (1994) para podermos avaliar devemos considerar um **dispositivo** como um conjunto das modalidades previstas de levantamento e tratamento da informação. Ele descreve e articula: as circunstâncias, os momentos e a natureza das informações a recolher; e ainda, os instrumentos de ajuda à elaboração do trabalho.

O *dispositivo de avaliação em questão* foi desenvolvido com o objetivo de acompanhar o "*processo*" de construção do conhecimento, sendo assim a sua operacionalização deveria permitir avaliar de forma continua e formativa, alimentando, sustentando e orientando a intervenção pedagógica. Além disso, que os registros sistemáticos das observações de indicadores (objetivos), possibilitem a observação do progresso dos alunos: "***olhar** avaliando os seus avanços em relação a **ele mesmo** e não em relação à turma*" (PAUPITZ, 2001).

Independente da concepção que se tem sobre avaliação, e, qualquer que seja a sua função principal, antes de construir um dispositivo de avaliação é necessário realizar um planejamento.

Como as atividades se desenvolveram num ambiente interativo e dinâmico, foi elaborado um dispositivo tecnológico de avaliação, formado de planilhas interligadas, que na sua operacionalização, proporcionassem ao professor a realização de 4 tarefas: *desencadear comportamentos a observar, interpretar os comportamentos observados, comunicar os resultados da análise e remediar os erros e as dificuldades analisadas*. (HADJI, 2001)

Além disso, no que diz respeito ao ensino de Geometria em ambientes informatizados, a operacionalização do dispositivo toma como referência o processo de aprendizagem construtivista, o qual tem como princípio básico que o conhecimento se constrói a partir das ações do sujeito. Portanto, foi desenvolvido de modo a permitir a observação do trabalho realizado pelo aluno, isto é, acompanhar suas ações ao "*fazer matemática": experimentar, representar, visualizar, interpretar, estabelecer conjeturas, abstrair, generalizar, e enfim, demonstrar* (GRAVINA, 1998).

O enfoque na "*observação de ações*" utilizado nesse dispositivo se deve as vantagens atribuídas a esse procedimento, em uma pesquisa qualitativa, para a coleta de dados por Alves-Mazzotti (1999):

a) independe do nível de conhecimento ou da capacidade verbal dos sujeitos;

b) permite "checar", na prática, a sinceridade de certas respostas que às vezes, são dadas para causar "boa impressão";

c) permite identificar comportamentos não-intencionais ou inconscientes e explorar tópicos que os informantes não se sentem à vontade para discutir; e,

d) permite o registro do comportamento em seu contexto temporal espacial.

4.2.1. Desenvolvendo um *plano prévio* para a construção do dispositivo

Ao desenvolver um plano prévio do dispositivo em questão, levou-se em consideração o levantamento das informações de acordo com: *as circunstâncias, os momentos e a natureza dos dados a recolher*.

As **circunstâncias** ocorreram pela necessidade de acompanhar as atividades da oficina, realizada em um ambiente interativo e dinâmico; e, os **momentos** em que se deviam fazer os registros das observações referentes às questões investigadas.

Quanto aos dados a recolher, devido a sua natureza, o ambiente dinâmico do software Cabri Géomètre e o quadro teórico definido *a priori*[56], a opção foi pela realização de "*observações estruturadas*", uma vez que esse tipo de observação permite ao pesquisador "*propor questões mais precisas, bem como identificar categorias de observações relevantes para respondê-las*" (ALVES-MAZZOTTI, 1999).

[56] Tomando como base Hadji (2001) e Gravina (1998)

Para representar os registros das ações dos alunos ao PENSAR MATEMÁTICAMENTE, foram estabelecidos os seguintes códigos:

A	Estabelece relações ao construir, visualizar e movimentar.
B	Conjectura ao interpretar e experimentar
C	Busca explicações pesquisando
D	Levanta hipóteses e experimenta
E	Conclui exprimindo-se com correção e clareza.

Ao planejar essa seqüência de códigos para “olhar”, no dispositivo de avaliação, levou-se em consideração a afirmação de Gravina (1998), quando coloca que: “*Na pesquisa matemática, o conhecimento é construído a partir de muita investigação e exploração; a formalização é simplesmente o coroamento deste trabalho, que culmina na escrita formal e organizada dos resultados obtidos*”.

Na seqüência apresentaremos um “*modelo*” do dispositivo elaborado para o registro dessas observações a serem analisadas e interpretadas, permitindo assim a comunicação dos resultados ao acompanhar o processo de ensino-aprendizagem de Geometria no Ambiente Dinâmico.

4.2.2. O Dispositivo *Propriamente Dito* – As Planilhas Interligadas

O dispositivo de avaliação tecnológico foi construído com três tipos de planilhas, vinculadas por meio de fórmulas: *por **atividade***, para o ***controle do processo*** e para realização da ***auto-avaliação*** pelo aluno. Essas planilhas interligadas permitiam a visualização das alterações de registro no momento em que elas ocorriam, portanto era possível acompanhar o processo de construção do conhecimento do aluno.

1º TIPO – Por ATIVIDADE

Nas planilhas *por atividade*, estão discriminados conteúdos abordados e os objetivos a atingir, bem como as características as serem analisadas. Através delas pode-se desenvolver as primeiras tarefas recomendadas ao professor por Hadji (2001), para a realização de uma aprendizagem assistida por avaliação: "*desencadear comportamentos a observar*" e "*interpretar os comportamentos observados*". (**EXEMPLO DA 1ª ATIVIDADE)**

CONTEÚDO	**Ângulos: elementos e propriedades**
OBJETIVOS	**1º.** Investigar invariantes [1] ao explorar o movimento dos objetos construídos: ponto médio e mediatriz; **2º.** Realizar construções geométricas simples envolvendo pontos, segmentos, semi-retas e retas concorrentes ou perpendiculares; **3º.** Estabelecer relações entre os ângulos formados pela construção.

CARACTERÍSTICAS ANALISADAS ao **"PENSAR MATEMATICAMENTE"**	**A**	Estabelece relações ao construir, visualizar e movimentar
	B	Conjectura ao interpretar e experimentar
	C	Busca explicações pesquisando
	D	Levanta hipóteses e experimenta
	E	Conclui exprimindo-se com correção e clareza

OBJETIVOS		**1º**					**2º**					**3º**				
COD	**ALUNOS**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
1	Alberi Godoi															
2	Celi Damas dos Santos															
3	Clairton Luiz Jung															
4	Claudemir G. Oliveira															
5	Cristiane C. Bora															
6	Cristiane Grysyboski															
7	Daniela Galdino Costa															
8	Débora Denize Biancato															
9	Elizangela do Rosário															
10	Emerson O. Santos															
11	Fabiana de Paula Silva															
12	Ilcione Ap. Carneiro															
13	Joanne C. Furtado															
14	Lenilda M. Marques															
15	Maria Izete Busnello															
16	Marcio Antonio Ferreira															
17	Maurício Lins da Silva															
18	Neusa P. Lima															

Para registrar o resultado das observações foram estabelecidos os critérios representados por códigos abaixo discriminados: **S** (Sim) quando o aluno realiza uma determinada ação (**A**, **B**, **C**, **D** ou **E**) durante a atividade proposta, **P** (Em parte) quando ele "*ainda*" não realiza satisfatoriamente, **N** (Não) se nada aconteceu ainda com relação a ação esperada. O símbolo # refere-se a situação em que não foi possível avaliar.

CRITÉRIOS	**S** = Sim
	P = em Parte
	N = Não
	# = Em branco = Não avaliado

2º TIPO – Planilha para o CONTROLE DO PROCESSO DE AVALIAÇÃO

A construção dessa planilha teve como objetivo "*olhar o durante*" por isso foi denominada de *controle do processo*. Por meio dela pode-se desenvolver duas das tarefas propostas ao professor por Hadji (2001), para a realização de uma aprendizagem assistida por avaliação: "*analisar os resultados para comunicar*" e "*remediar os erros e as dificuldades apresentadas*".

Nela, a fórmula para controle do processo olha para cada uma das características do PENSAR MATEMATICAMENTE: A, B, C, D ou E; relacionadas a todos os objetivos propostos nas PLANILHAS POR ATIVIDADE, faz uma contagem das ocorrências dos critérios S, P, N e #; e retorna em forma de porcentagem.

CARACTERÍSTICAS ANALISADAS ao "**PENSAR MATEMATICAMENTE"**	**A**	Estabelece relações ao construir, visualizar e movimentar
	B	Conjectura ao interpretar e experimentar
	C	Busca explicações pesquisando
	D	Levanta hipóteses e experimenta
	E	Conclui exprimindo-se com correção e clareza

		A				B				C				D				E			
COD	**ALUNOS**	**S**	**P**	**N**	**#**	**S**	**P**	**N**	**#**	**S**	**P**	**N**	**#**	**S**	**P**	**N**	**#**	**S**	**P**	**N**	**#**
1	Alberi Godoi	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%
2	Celi Damas dos Santos	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%
4	Claudemir G. Oliveira	83%	17%	0%	0%	83%	17%	0%	0%	83%	17%	0%	0%	72%	28%	0%	0%	72%	28%	0%	0%
5	Cristiane C. Bora	0%	28%	50%	22%	0%	28%	50%	22%	0%	28%	50%	22%	0%	28%	50%	22%	0%	28%	50%	22%
6	Cristiane Grysyboski	0%	28%	0%	72%	17%	11%	0%	72%	0%	28%	0%	72%	28%	0%	0%	72%	11%	0%	17%	72%
7	Daniela G. Costa	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%
8	Débora Denize Biancato	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%
9	Elizangela do Rosário	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%
10	Emerson O. Santos	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%
11	Fabiana Paula Silva	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%
12	Ilcione Ap. Carneiro	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%
13	Joanne C. Furtado	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%
14	Lenilda M. Marques	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%
15	Maria Izete Busnello	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%
16	Marcio Antonio Ferreira	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%
17	Maurício L. da Silva	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%	17%	83%	0%	0%
18	Neusa P. Lima	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%	100%

CRITÉRIOS	**S** = Sim
	P = em Parte
	N = Não
	# = Em branco = Não avaliado

Não há como desvincular os "**A**", "**B**", "**C**", "**D**" e "**E**" do conteúdo. De fato, eles são observados a partir de um conteúdo, pois eles são observados a partir de um conteúdo pré-estabelecido, presente na atividade. Cabe ressaltar que ao olharmos para cada uma dessas características estaremos, na verdade, olhando-as no contexto do conteúdo que está sendo desenvolvido na atividade proposta. Assim sendo, ao utilizarmos os "**A**", "**B**", "**C**", "**D**" e "**E**" no dispositivo de avaliação estaremos também avaliando o "*conteúdo*" a eles associado. Isso ficará claro quando falarmos da investigação propriamente dita, no capítulo 5, onde exemplificaremos essas afirmações por meio dos relatos e ações observadas dos alunos.

A FÓRMULA[57] inserida em cada célula da planilha foi elaborada através do cálculo da porcentagem da ocorrência de um determinado critério estabelecido nas planilhas de atividades interligadas a essa (por exemplo, o "**S**", que representa Sim).

3º TIPO – Planilha para AUTO-AVALIAÇÃO realizada pelo aluno

A presente planilha foi planejada de modo a permitir ao aluno um "*olhar no seu próprio processo"* de construção do conhecimento.

A idéia é que, na medida em que as atividades ocorrem, os registros vão sendo feitos por meio dos códigos "**S**" (Sim), "**P**" (em Parte) ou "**N**" (não). Assim, ao analisar como realiza cada uma das características do *pensar matematicamente*: "**A**", "**B**", "**C**", "**D**" ou "**E**", ele pode acompanhar a sua evolução durante o desenvolvimento do curso.

EXEMPLO: (Preenchimento fictício, apenas com finalidade ilustrativa)

Aluno (a): ____

Ao avaliar utilize os seguintes códigos:	**S** = Sim **P** = em Parte **N** = Não

CARACTERÍSTICAS ANALISADAS ao "**PENSAR MATEMATICA"**	**A**	Estabelece relações ao construir, visualizar e movimentar
	B	Conjectura ao interpretar e experimentar
	C	Busca explicações pesquisando
	D	Levanta hipóteses e experimenta
	E	Conclui exprimindo-se com correção e clareza

[57] Para fazer a contagem foi utilizada a função CONT.SE., que faz a contagem de células de acordo com critérios dados. **Na função CONT.SE**(**intervalo**;**critérios**) - O *Intervalo* são as células não vazias que se deseja "olhar" para contar. Através dos *Critérios* se podem contar a ocorrência de um número, expressão ou texto. Por exemplo, "15", "S" ou "Em parte".

ATIVIDADES	A	B	C	D	E	Observações e/ou justificativas
1ª	P	P	S	N	N	
2ª	P	P	S	P	N	
3ª	P	P	S	P	N	
4ª	P	P	S	P	P	
5ª	S	P	S	S	P	
6ª	S	P	S	S	P	
7ª	S	P	S	S	P	
8ª	S	P	S	S	P	

Essa planilha representa uma nova proposta da que foi inicialmente elaborada e utilizada durante o curso. Como veremos no Capítulo 5, a primeira planilha proposta (e aplicada) para auto-avaliação do aluno, não se mostrou suficientemente funcional, levando a interpretação confusa.

No próximo capítulo iremos relatar as observações e as dificuldades que se apresentaram durante a construção e operacionalização do dispositivo de avaliação, em questão.

CAPÍTULO 5
A INVESTIGAÇÃO:
O dispositivo de Avaliação em ação

> "Nada passa despercebido e nenhum trabalho desenvolvido faz uma classificação de alunos que sabem e que não sabem", pois "cada dia, cada minuto, representa uma experiência, uma vivência incorporada ao indivíduo. Isto não se repete e, portanto, o contexto educacional é absolutamente impossível de ser reproduzido para o indivíduo. O que foi aprendido ou assimilado, e não foi compreendido ou apreciado, sê-lo-á em outra oportunidade, em outro contexto".
>
> D' Ambrósio (1986)

Nesse capítulo, as abordagens envolvem vários aspectos da investigação:

A realimentação do processo de pesquisa por meio das tentativas de construção do dispositivo de avaliação tecnológico, que permitisse "olhar o durante", ou seja, que ao acompanhar a construção do conhecimento, tornasse o ato de avaliar mais "formativo".

As observações do que ocorreu durante a operacionalização dos três tipos de planilhas interligadas (por atividade, para controle do processo e auto-avaliação), desenvolvidas para realizar a avaliação da aprendizagem de Geometria, em ambientes informatizados.

As dificuldades apresentadas durante o processo ao acompanhar a construção do conhecimento dos alunos, por meio de registros das ações caracterizadas pelo *Pensar Matematicamente* em um "*ambiente dinâmico e interativo*". Isso implica em estabelecer relações ao construir, visualizar e movimentar; conjecturar ao interpretar e experimentar; buscar explicações pesquisando; levantar hipóteses e experimentar; e, finalmente concluir com correção e clareza.

5.1. CONSTRUINDO E OPERACIONALIZANDO O DISPOSITIVO: Na tentativa de realizar uma avaliação com intenção formativa

A intenção não era desenvolver uma pesquisa prática. Entretanto, apesar do referencial teórico que norteou a construção do dispositivo, ajustes poderiam (e deveriam) ser feitos para a sua operacionalização. Estes ajustes aconteceram ao aplicar o dispositivo "na prática", uma vez que "*a prática de ensino, em geral, é a ação pedagógica que visa o aprimoramento, mediante uma multiplicidade de enfoques, da ação educativa exercida no sistema educacional de maneira mais direta e característica, qual seja a forma por excelência dessa ação, isto é, o trabalho na sala de aula*" (D' AMBRÓSIO, 1986, p.37). Assim, a pesquisa e construção foram realimentadas.

Tomando a avaliação como "*uma leitura que implica na construção de um modelo reduzido do objeto avaliado, que será o referente da avaliação*" (HADJI, 2001, p. 47), os critérios reunidos no referente se constituíram na grade de interrogação para o objeto avaliado. Por meio dela, foi possível buscar indícios ou indicadores sobre os quais pudemos nos basear e nos pronunciarmos de modo que as expectativas fossem satisfeitas.

Antes da construção do dispositivo de avaliação apresentado nesta dissertação, várias tentativas aconteceram, que contribuíram para o seu aprimoramento. Desde o esboço da primeira planilha idealizada em 1997, com o objetivo de "mudar o olhar ao avaliar"; muitas outras foram necessárias, mostrando que "na prática", a construção do dispositivo é um processo dinâmico de depurações (ajustes).

Neste trabalho, as *planilhas eletrônicas interligadas*, foram elaboradas de modo a permitir a realização das tarefas propostas por Hadji (2001), que caracterizam uma "EVF[58]". Essas tarefas se constituem em ações do professor: *desencadear* (comportamentos a observar / interpretar); *observar / interpretar* (esses comportamentos); *comunicar* (os resultados de sua análise e sua apreciação final); e, *remediar* (os erros e as dificuldades analisadas).

[58] EVF – Évalution a Volonté Formative, refere-se a expressão "*Avaliação com Intenção Formativa*" utilizada por Hadji (2001), no sentido da realização de uma "*aprendizagem assistida por avaliação*".

Como se pretendia realizar uma avaliação que acompanhasse o processo de construção do conhecimento no ambiente dinâmico e interativo que o software Cabri-Géomètre oferece, a opção pelo referencial teórico de Gravina e Santarosa (1998) para aprendizagem em ambientes informatizados deu o suporte necessário na elaboração das planilhas “por atividades”.

Tendo em mente que a avaliação é um ato que se inscreve em um processo geral de comunicação e negociação, ao “*desencadear comportamentos a observar ou interpretar*”, foram estabelecidos em cada planilha do 1º tipo (por atividade), os objetivos do conteúdo a ser trabalhado e, a partir deles, as características do “pensar matematicamente”. Isso tornou “funcional”, uma vez que possibilitava olhar para os alunos durante o desenvolvimento do trabalho no computador.

A planilha do 2º tipo, denominada de “controle do processo” se mostrou eficaz ao permitir que se fizesse o registro das “*observações e interpretações”* das ações dos alunos ao *“pensar matematicamente*”. Além disso, devido aos critérios estabelecidos por meio dos códigos S (Sim), P (em Parte) e N (Não), ficava claro para os envolvidos no processo, o que estava acontecendo naquele momento em relação ao conteúdo trabalhado. Isso facilitou a “*comunicação dos resultados da análise do professor e a sua apreciação final*”.

Embora se verifique que a percepção que o professor-avaliador tem do desempenho do aluno depende do contexto social, isto é, o referencial dele ao avaliar pode influir na interpretação durante o processo, a ausência da nota (ou a sua divisão em pontos), mostrou ao professor que é possível fazer outras perguntas ao registrar o que está acontecendo com o desenvolvimento do aluno. De acordo com Hadji (2001, p.41), “*o ato de avaliar é um ato de confronto entre uma situação real e as expectativas referentes a essa situação*”, assim no caso dessa investigação os questionamentos foram: ele estabelece relações ao construir? conjectura ao interpretar e experimentar?

Mesmo tendo clareza que a avaliação pode ser influenciada pela consideração de informações à priori, ou as primeiras impressões produzidas pelo trabalho do aluno, que podem "*provocar modificações na coleta de indícios*" (NOISET & CAVERNI, 1978, p. 144), apud (HADJI, 2001, p. 41), ao registrar o código resultante do seu olhar ao avaliar, sabe que ele não é definitivo, uma vez que o enfoque está no processo.

De acordo com o referencial teórico de Hadji, que adotamos para a construção do dispositivo, foi elaborada também uma planilha para Auto-avaliação (3º tipo). A idéia era que, por meio dela, o aluno tomasse consciência de seu próprio processo, de modo que ele pudesse ao estabelecer juízos, refletir a respeito de seu desenvolvimento. No próximo item faremos uma reflexão crítica a respeito da operacionalização desta planilha.

No decurso da investigação ocorreram diversas situações em que o aluno teve algum tipo de dificuldade ou com o manuseio do software, ou com o objeto matemático na atividade. Isso nos levou a fazer arranjos, numa dinâmica de negociação para as novas atividades. Nessa dimensão da operação de avaliação o dispositivo se mostrou eficaz, ao "*remediar os erros e as dificuldades analisadas*", pois permite os arranjos de finalidade externa (a administração, os pais), interna (os alunos), ou as do próprio avaliador (suas próprias exigências).

O dispositivo de avaliação, segundo a proposta de Hadji, é um objeto teórico. Ele constituiu a base que norteou nossa construção do dispositivo. Entretanto, para sua operacionalização, se fez necessário a adoção do referencial proposto por Gravina, diretamente ligado às peculiaridades do ambiente dinâmico em que ocorreu a pesquisa.

Nesse processo de busca por uma base filosófica para a avaliação e sua operacionalização (por meio do dispositivo), na prática, muitos ajustes precisaram ser feitos[59], tendo em vista a reestruturação do nosso olhar na base filosófica escolhida, com o objetivo de sua aplicabilidade.

[59] As tentativas anteriores, com base nas idéias de competências e habilidades foram extremamente difíceis de se operacionalizar.

5.2. ACOMPANHANDO O PROCESSO: As dificuldades que se apresentam

A opção pelo software em questão se deve a alguns de seus pressupostos, conforme relata Magina et. al. (1999, p.8): todo aprendiz é construtor ativo e significativo; toda construção no Cabri é feita através do desenho geométrico e todas as construções que são possíveis no lápis e papel, com o uso da régua e do compasso, podem ser usadas no software; o programa é de fácil manuseio, não necessitando o domínio de nenhuma linguagem computacional específica.

Entretanto, ao operacionalizar o dispositivo acompanhando o processo, varias dificuldades se apresentaram:

Os alunos da oficina tinham pouco ou quase nenhum, contato com softwares de Geometria Dinâmica, então houve a necessidade de uma exploração inicial do ambiente do Cabri Géomètre, através das opções dos menus na **criação** e **edição** de pontos, retas, segmentos, polígonos ou circunferências, bem como a manipulação dos objetos construídos; antes que se pudessem realizar atividades propostas para investigar propriedades geométricas.

Mesmo assim, alguns participantes, diante das questões que exigiam um entendimento de conceitos, recorriam ao dicionário e copiavam as definições. Em seguida, passavam a sua análise e as associações com as possibilidades que o ambiente do software oferece para realizar as construções pretendidas. Diante dessa situação o que se pode perceber é que uma grande parte dos alunos está habituada a somente memorizar e reproduzir modelos prontos – levando a uma ênfase na “duplicação” do trabalho do professor e um uso mecânico das fórmulas. De acordo com Nasser L. & Tinoco, L. (2001, p.97), isso se deve, principalmente, ao caráter superficial adotado no ensino de matemática no Brasil nas últimas décadas: os alunos não vêem demonstrações, e não se pede que eles justifiquem suas respostas, ou a verdade de uma afirmativa.

Na verdade, constatou-se a falta de senso crítico. O aluno fazia a construção e conjecturando buscava explicações, mas não concluía. Ele ficava esperando que o professor dissesse se estava certo ou errado, ou ainda que ele desse a próxima “receita de construção”. O certo ou errado era uma idéia muito forte para o aluno, talvez por estar acostumado a aulas expositivas, onde não há compromisso com a descoberta e a reflexão crítica.

Esse fato vem reforçar a idéia que a instrução de hoje precisa ir muito além da mera memorização de regras e dos cálculos mecânicos com números. "*As rápidas mudanças em nossa sociedade tecnológica produziram um ambiente em que alguns métodos e currículos do passado tornaram-se um obstáculo ao desenvolvimento de mentes capazes de lidar com a era da informação e com a resolução de problemas do dia-a-dia*" (TROVON, 2002).

Quanto à coleta dos dados gravados ou filmados:

Ao levantar os dados resultantes da gravação das discussões (conjecturas, explicações, pesquisa,...) realizadas durante o desenvolvimento das atividades, verificou-se que havia "*momentos de silêncio*", interrupções bruscas, hesitações provocadas pela insegurança dos participantes. Os alunos desligavam o gravador, quando "*achavam*" que a sua fala poderia influir no resultado da avaliação do professor. Isso ocorria, mesmo depois de terem sido informados que as suas falas serviriam de subsídios para a proposta de novas atividades, que gravação permitiria uma melhor analise das dificuldades com o objetivo de remediação dos erros.

Outra dificuldade se estabeleceu na filmagem dos momentos (da construção na tela do computador, das expressões ou gestos dos participantes) durante a realização da atividade, pela falta de uma pessoa para o manuseio do equipamento. Nesse momento, o pesquisador acumulava duas funções: trabalhar as atividades e ao mesmo tempo preocupar-se com a gravação das falas e a filmagem dos momentos.

Quanto ao registro das ações ao pensar matematicamente

Dada a peculiaridade do ambiente dinâmico e interativo que utilizamos, houve a necessidade do registro imediato das observações feitas, pois o que olhávamos também eram heurísticas de construção dos alunos e suas tentativas feitas na tela do computador. Além disso, a pesquisadora mediava as atividades.

Nesse ambiente, se as observações não são registradas no momento que ocorrem (ou logo após o termino de cada atividade), há a possibilidade de distorção de fatos e se corre o risco de perder dados importantes.

Quanto à 3ª planilha de AUTO-AVALIAÇÃO

Como os estudantes que observamos vinham de uma cultura tradicional de avaliação (provas escritas), eles não tinham o hábito de se auto-avaliar, portanto ficavam esperando que alguém (no caso o professor) fizesse isso por ele.

Embora tivessem participado da discussão sobre os critérios de avaliação adotados e soubessem como seriam desenvolvidas as atividades, muitos deles se mostravam inseguros ao se auto avaliar.

O receio de que a sua auto-avaliação influísse na avaliação do professor, e isso poderia representar uma nota baixa, fez com que alguns participantes superestimassem os seus procedimentos ou a sua aquisição de conceitos.

Com freqüência o aluno perguntava: **Está certo?** (a minha construção, a conclusão), sendo que, se tivesse compreendido, afirmaria justificando: "**Eu estou certo**" da minha construção ou das conclusões que cheguei por meio das descobertas, das pesquisas ou conjecturas, ou ainda do movimento de objetos na tela do computador.

Não foi pedido antes a ele que acompanhasse o seu desenvolvimento por meio de registros, durante todo o curso. A planilha de auto-avaliação foi distribuída no final de todas as atividades. Verificou-se que poderíamos obter dados mais significativos se ele estivesse "*olhando para o seu processo de construção de conhecimento*" durante o desenvolvimento das atividades, ou pelo menos no final de cada uma delas. Desta forma, a planilha de auto-avaliação a ser utilizada pelo aluno, a que foi inicialmente foi elaborada e aplicada **(anexos 10(a), 10(b) e 10(c)),** não se mostrou suficientemente funcional, o que gerou resultados confusos, inviabilizando a análise e interpretação de seus dados.

Queremos ainda destacar que as ações referentes às características do "*pensar matematicamente*", representadas pelos códigos "A", "B", "C", "D" e "E", não estão desvinculadas do conteúdo apresentado na planilha de atividade, pois ao olharmos para cada uma delas estamos avaliando os conceitos abordados na atividade. Isso ficou claro, por exemplo, quando desenvolvemos a segunda atividade onde os alunos exploraram um objeto pronto (caixa preta) e a partir dele, construíram ângulos e bissetrizes.

Como ficam esses resultados, quando confrontados com a pergunta inicial: Como construir e operacionalizar um dispositivo de avaliação tecnológico, que permita acompanhar o desenvolvimento de ações que favoreçam o "*pensar matematicamente*", tendo em vista as características que estes ambientes apresentam (*dinamismo, interatividade, meio para modelagem e simulação, múltiplas representações e capturação de procedimentos*)? Discutiremos isso no próximo capítulo.

CAPÍTULO 6
CONCLUSÕES PROVISÓRIAS
AVALIAR A APRENDIZAGEM EM AMBIENTES INFORMATIZADOS: **Uma discussão em aberto**

> O ciberespaço, interconexão dos computadores do planeta, tende a tornar-se a principal infra-estrutura de produção, transação e gerenciamento econômicos. Será em breve o principal equipamento coletivo internacional da memória, pensamento e comunicação. Em algumas dezenas de anos, o ciberespaço, suas comunidades virtuais, suas reservas de imagens, suas simulações interativas, sua irresistível proliferação de textos e de signos, será o mediador essencial da inteligência coletiva da humanidade. Com esse novo suporte de informação e de comunicação emerge gêneros de conhecimento inusitados, *critérios de avaliação inéditos para orientar o saber*, novos atores na produção e tratamento dos conhecimentos.
>
> Pierre Lévy (1999)

Concluindo esse trabalho gostaria de tecer algumas reflexões em torno das seguintes questões: O que se espera ou poderia se esperar de um estudo como este? Qual a sua contribuição para a Educação em Ambientes Informatizados? O que podemos aprender realizando-o, e quais as perspectivas que ele nos dá?

Tentarei responder essas questões no decorrer das seguintes seções, tomando como base o trabalho desenvolvido e apresentado nessa dissertação.

6.1. O QUE SE ESPERA? Estabelecendo limites, determinando o alcance e as perspectivas.

Para explorar o potencial educacional das Tecnologias Informáticas (TI), é preciso haver mudanças na organização da escola e, particularmente, no trabalho do professor. Quanto à escola, é necessário ajustar e/ou eliminar práticas e regras já existentes e concentrar esforços na criação de situações novas. Estão em jogo as normas institucionais, o currículo, a relação com os alunos, com os pais e os professores. Quanto ao professor, as mudanças envolvem desde as questões operacionais – a organização do espaço físico e a integração do velho com o novo – até as questões epistemológicas, como a produção de significados para o conteúdo a ser ensinado. (PENTEADO, 2000, p. 23)

Os relatos de uma pesquisa realizada por Ramal (2002), sobre a utilização da tecnologia por professores, mostram que eles enfrentam os novos desafios praticamente sozinhos, buscando os rumos da ação pedagógica futura, e criticam a capacitação que receberam, o que leva a problematizar os cursos atuais e a pensar sobre os possíveis modelos alternativos de formação docente. "*Nas diversas vozes dos sujeitos pesquisados, percebeu-se que o trabalho dos professores na incorporação das tecnologias e das mídias ainda é um processo em aberto, repleto de incertezas e indagações, de procura de aprendizagem que é construída no fazer, com acertos e erros*".

No entanto, os vários anos de prática e pesquisa nesta área indicam que o potencial da tecnologia informática para o ensino na escola será pouco utilizado se o professor não for estimulado a atuar nesse cenário de mudanças constantes. O papel do professor é decisivo na implementação de inovações educacionais.

De acordo com Penteado (2000, p.24), a formação na área de informática educativa é mais do que simplesmente proporcionar aos professores o contato com a tecnologia. É preciso que esta seja explorada no contexto da atuação docente. Se considerarmos um professor de matemática, é preciso que ele conheça softwares a serem utilizados no ensino de diferentes tópicos e que seja capaz de reorganizar a seqüência de conteúdos e metodologias apropriadas para o trabalho com a tecnologia informática em uso.

Já a escolha de um ambiente computacional relaciona-se com diversos aspectos tanto teóricos, como metodológicos, porém um dos aspectos fundamentais, consiste na mediação do professor. O ambiente, por mais rico e construtivo que seja, por si só, não é suficiente para promover contextos propícios para a construção do conhecimento. Nesse sentido Miskulin (1998), coloca que "*a mediação do professor desempenha um papel determinante, na medida em que o professor cria as situações desafiantes; recorta esta situação em vários problemas intermediários que possibilitam aos alunos deslocarem-se muitas vezes do problema principal, olhando-*

o e percebendo-o, sob outra perspectiva, possibilitando-lhe a busca de novos caminhos, e a reavaliação constante de seus objetivos e estratégias, enfim, envolvendo-se, cada vez mais, no processo de construção do conhecimento".

Ao planejar as estratégias de ensino se deve levar em consideração "o que decidimos ensinar – ou não ensinar – e como escolhemos organizar nosso ensino fazem uma diferença crucial em o que nossos alunos aprendem" (HOYLES e HEALY, 1999, p.21).

Por outro lado, o professor possui um olhar peculiar com respeito à avaliação. De fato, observa-se que "a avaliação é uma leitura influenciada por expectativas específicas referentes à produção de um produtor particular, em função do que se sabe, ou do que se descobre, progressivamente sobre ele" (HADJI, 2001, p. 42)

Além disso, constata-se que as práticas avaliativas atuais "*apresentam-se fundamentalmente como troca de questões e de respostas, no decorrer das quais se instaura certo número de mal-entendidos sobre, no que diz respeito ao aluno, o sentido das questões e sobre o que o professor espera*" (HADJI, 2001, p. 36). E, ainda que exista uma grande dificuldade na relação que o professor mantém "*com a nota, de seu passado de aluno, da relação presente com os alunos e do nível médio da turma*" (MERLE, 1996, p. 84-85) apud (HADJI, 2001, p. 40).

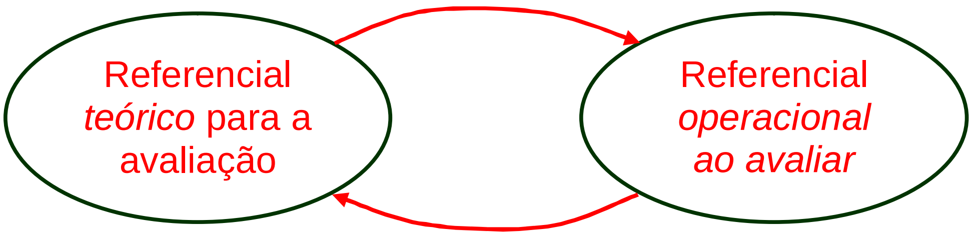
Essas foram algumas das motivações para investigar a construção dos vários dispositivos tecnológicos de avaliação, entre eles o que apresentamos nessa dissertação.

Frente às perspectivas estabelecidas pelos dispositivos tecnológicos, uma nova dimensão no processo de avaliação é apresentada, dando subsídios ao professor para uma avaliação mais "consistente", do ponto de vista de processo.

6.2. DISPOSITIVOS DE AVALIAÇÃO: Contribuições para a Educação em Ambientes Informatizados

Os dispositivos tecnológicos apresentam um importante diferencial, pois permitem uma avaliação do processo, com o suporte de ambientes informatizados.

Nesse sentido, podemos imaginar que um dispositivo tecnológico de avaliação (genérico) que consiste de:



O referencial teórico constitui a base para o processo de avaliação em si. Poder-se-ia adotar os referenciais do behaviorismo, sócio-construtivismo, competências e habilidades, etc... No nosso caso, optamos por adotar a perspectiva proposta por Hadji.

É por meio do referencial operacional que a base teórica para a avaliação será implementada, na prática, por meio de um dispositivo tecnológico. É ele que estabelecerá as regras para o "olhar" e a implementação da base filosófica, portanto deve ser adequado ao software (ou ambiente) computacional/ tecnológico que se irá utilizar. Em nosso caso, ao utilizamos o software Cabri-Géomètre como ferramenta, para trabalhar o dinamismo da Geometria, optamos por adotar o referencial proposto por Gravina, a fim de operacionalizar nossa base teórica.

Constatamos no desenvolvimento deste trabalho que deve haver uma estreita ligação entre o referencial teórico e o operacional. Além disso, o operacional deve ser consistente com o teórico, oferecendo a ele as condições para sua implementação prática.

Por outro lado, a operacionalização na prática pode revelar novas facetas, peculiaridades do referencial teórico ou pontos não contemplados por ele, estabelecendo assim um novo olhar, uma nova reflexão, sobre o referencial operacional.

Isso mostra que o dispositivo tecnológico deve também se adaptar às peculiaridades do grupo a que ele será aplicado. Durante o processo ele gera informações que devem permitir ajustes, tendo em vista adaptações que visem uma maior eficácia frente às características do grupo.

O dispositivo não é rígido. O importante são os princípios que regem a sua idealização e funcionamento, de acordo com o referencial, o referente e as realidades que se apresentam.

6.3. REFLEXÕES FINAIS: A construção de novos dispositivos de avaliação é uma discussão “EM ABERTO”

Esse trabalho de pesquisa foi originado a partir da prática docente, do estudo da literatura e dos anseios e vivências pessoais como estudante e como professora, e embora muitas perguntas tenham sido respondidas, a partir dele, muitas dúvidas surgem quando olhado da perspectiva da sala de aula. Algumas de minhas preocupações como professora e pesquisadora, estão agora voltadas para uma grande questão: Como levar para a prática os resultados da pesquisa? Como validar o dispositivo elaborado e apresentado nessa dissertação?

Reconhecendo que a educação contemporânea ainda tem necessidade de referências mais sólidas para situar o trabalho, o pensar e o agir do homem, no que refere aos ambientes informatizados, a presente pesquisa pretende contribuir oferecendo aportes para a reflexão vinculada às ações educacionais a serem construídas a partir de uma realidade. Nela o computador, além de instrumento de comunicação e de armazenamento de dados, conquista o status de ambiente cognitivo, tecnologia mediadora a partir da qual vemos o mundo e construímos conhecimentos.

Verificou-se que a operacionalização de um dispositivo de avaliação que toma como base competências e habilidades é extremamente difícil, uma vez que em uma mesma atividade, dependendo de como é abordada pelo professor ou do conhecimento prévio dos alunos, podem ser desenvolvidas várias habilidades ao mesmo tempo, o que impossibilitaria a observação e, em conseqüência disso, o registro nas planilhas.

Outra situação contraditória seria se o professor, ao detectar alguma dificuldade planejasse uma atividade para desenvolver uma determinada habilidade específica, porque ao por em prática o trabalho, nem sempre o aluno vai interpretar e desenvolver da forma “pensada” por ele, e para isso, muitas vezes irá utilizar outras habilidades, não àquela que estava prevista.

Queremos ressaltar ainda que nas planilhas por atividade, apresentadas nesse trabalho, há ainda muita informação de interesse para pesquisas posteriores, entretanto fogem ao escopo dessa dissertação.

Diante de todas as iniciativas e tentativas, motivadas pelas inquietações e ansiedades, provocadas pela nova relação com o saber, temos percebido que um dispositivo de avaliação tecnológico “bem planejado” pode dar um retorno imediato sobre as observações registradas, auxiliando o “olhar” do professor ao acompanhar o processo de construção de conhecimento de seus alunos.

A avaliação do “jeito” que está não dá conta da formação de um indivíduo que faz parte da ecologia cognitiva traçada pela informática presente em nossos dias. Isso está representado na figura que inicia esta dissertação.

Enfim, estamos caminhando para um futuro intrigante, e as possibilidades abertas por esse trabalho certamente suscitarão novas pesquisas, novas descobertas, outras construções que levantarão novos problemas. As questões que emergirem deles serão subsidiadas pelas idéias e diretrizes aqui desenvolvidas, mas abrirão outras lacunas e contradições; irão à busca dos “nós” e “ligações” com outros conceitos e teorias. Tudo isso representa o desafio para sobrepujar os conflitos e os desequilíbrios para atingir um novo patamar de conhecimento.

REFERÊNCIAS

ABRAMOWICZ, M. Um reflexo fiel da escola. Fala mestre! **Revista Nova Escola**. São Paulo: Ed. Abril, n. 147, ano XVI, p. 23-25, nov. 2001.

ABRANTES, P. **Avaliação e educação matemática**. In: FAINGUELERNT, E.K.; GOTTLIEB, F.C. E FRANT, J.B. (org.). Rio de Janeiro: [s.n.], 89 p., 1996. (Série Reflexões em Educação Matemática, v. 1).

AFONSO, P. Avaliação em Matemática: Novas prioridades no contexto educacional de Portugal. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: [s.n.], Ano 9, nº 12, p.59-68, jun.2002.

ALMOULOUD, S. A. A geometria no ensino fundamental: concepções de professores de matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2002, Curitiba. **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.** Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná (Orgs.). Curitiba: UTP, p. 107-120, 2002.

ALVES-MAZZOTTI, A.J. & GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa**. 2. ed. São Paulo: Ed. Pioneira, 203 p., 1999.

BAIRRAL, M. **Desarrollo Professional Docente en Geometria: Análisis de um Processo de Formación a Distancia**. Universidade de Barcelona, 2002. Tese de Doutorado em Educação Matemática.

______. **O valor das interações virtuais e a dinâmica hipertextual no desenvolvimento profissional docente**. Lisboa: Quadrante, 2002.

BALACHEFF, N. & KAPUT, J. Technology, teaching and understanding . In J. Kilpatrick (Ed.) **International Handbook on Mathematics Education**. Amsterdam: Kluwar, 1996

BIGODE, A. J. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: Ed. FTD, 2000 (Coleção Matemática hoje é feita assim, v. 7).

BONGIOVANNI, V.; CAMPOS, T. M. M.; ALMOULOUD, S. A. **Descobrindo o Cabri-Géomètre**: caderno de atividades. São Paulo: Ed. FTD. 111p., 1998.

BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2002, Curitiba. **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.** Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná (Orgs.). Curitiba: UTP, p. 135-146, 2002.

_____. **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática**. 2. ed., Rio de Janeiro: Ed. Art Bureau, p. 15-34, 1999 (a).

_____. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. (Orgs.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Ed. UNESP, p. 285-295, 1999 (b).

_____. A informática trará mudanças na educação brasileira?. **Revista Zetetike**. Campinas: Gráfica UNICAMP, n. 6, p.123-134, 1996.

BURIASCO, R. L.C. Avaliação em Matemática na escola: alguma reflexão. **Texto do Grupo de Estudos de Avaliação do ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática**. Rio de Janeiro: [s.n.], 4p., 2001.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 364 p., 1999.

BRITO, M. R. F. de. O ensino e a formação de conceitos na sala de aula. In: M. H. NOVAES & BRITO, M.R.F. de (Org.). **Psicologia na educação: Articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica.** Rio de Janeiro: Ed. ANPEPP, p. 73-93, 1996. (Coletâneas da ANPEPP, v. 5)

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C., SAIZ, I. (Orgs.). **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Ed. Artes Médicas Sul, p. 48-72, 1996.

CARDINET, J. **Évaluation Scolaire et Mesure**. Tradução: José Carlos Tunas Eufrásio. Bruxelas: Ed. Asa, 256 p., 1993. (Coleção Práticas pedagógicas).

CROWE, D; ZAND, H. Computers and undergraduate mathematics I: setting the scene. **Computers & Education**. Milton Keynes: [s.n.], Faculty of Mathematics and Computing, The Open University, p.117-121, 2000.

D'AMBRÓSIO, U. Matemática para uma sociedade em transição. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 1999, Curitiba. **Anais do V Encontro Paranaense de Educação Matemática**. Curitiba: [s.n.], p. 17-20, jul. 1999.

_____. Relações entre Matemática e Educação: Lições do passado e perspectivas para o futuro. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1998, São Leopoldo. **Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática**, São Leopoldo: [s.n.], v. 1, p. 29-35, jul. 1998.

_____. Uma nova Educação Matemática para os novos tempos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 1995, Aracajú. **Anais do V Encontro Nacional de Educação Matemática**. Aracajú: Universidade Federal de Sergipe, v.1, p. 25-35, jul. 1995.

_____. Educação Matemática: Uma Visão do Estado da Arte. **Revista Proposições**. Campinas: Ed. Cortez, v. 4, n. 1, p. 07-17, mar. 1993. (Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação, Unicamp).

_____. **Da realidade à ação**: reflexões sobre Educação e Matemática. 3. ed. São Paulo: Ed. Summus, 118 p., 1986.

DREYFUS, T.; HADAS N. Euclides deve permanecer até ser ensinado. In: LINDQUIST, M.; SHULTE, A. (Orgs.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Ed. Atual, p. 59-72, 1994.

DUBINSKY, E. Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In: TALL, D. (Orgs.). **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Ed. Kluwer, p. 95-121, 1991.

DUVAL, R. Why to teach geometry? In: MAMANA, C. (ed.). **ICMI Study: Perspectives on the teaching of Geometry for the 21st Century**. Pré-proceedings for Catania Conference, Itália, Catania: Department of mathematics – University Catania, p. 53-58, 28 september - 2 october 1995.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA (SBEM). São Paulo: [s.n.], Ano 8, nº 9/10, 68 p., abr. 2001.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA (SBEM). São Paulo: [s.n.], Ano 7, nº 8, 80 p., jun. 2000.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA (SBEM). São Paulo: [s.n.], Ano III, nº 4, 64 p., 1º semestre 1995.

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2001, Rio de Janeiro. **Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Rio de Janeiro: SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática), 2001. 01 CD-Rom.

ESTEBAN, M.T. **O que sabe quem erra? reflexões sobre Avaliação e Fracasso Escolar**. Rio de Janeiro: Ed. DP&A, 198 p., 2001.

_____. **Avaliação: uma prática em busca de novos sentidos**. Rio de Janeiro: Ed. DP&A, 142 p., 1999.

FAINGUELERNT, E.K. **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Ed. Artes Médicas Sul, 227 p.,1999.

_____. Representação do conhecimento em Matemática: transformações no plano– translação e simetria. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro: UNESP, Ano 9, Especial 3, p. 1-14, 1994.

FAGUNDES, L. C. **Certezas e Incertezas na Educação a Distância In:** Educação e Arte no Mundo Digital. 1 ed. Campo Grande: AEAD/UFMS, v.1, p. 131-137, 2000.

FARIA, W. de. **Mapas conceituais: aplicações ao ensino, currículo e avaliação**. FAUSTINI, L. A. (Cood.). São Paulo: Ed. Pedagógica e Universitária, 64 p., 1995. (temas básicos de educação e ensino)

FERREIRO, E. O mundo digital e o anúncio do fim do espaço institucional escolar. (Educação – Agenda para o século XXI). **Pátio Revista Pedagógica**. Porto Alegre: Ed. Artmed, Ano IV, nº16, p. 09-12, fev./abr. 2001.

_____ A importância de diferentes representações na construção do conhecimento. **Revista de Educação da Associação de Educação Católica do Brasil**. Brasília: [s.n.], n. 101, p.30-46, 1996.

FIGARI, G. **Avaliar: que referencial?** Tradução: Júlia Ferreira e José Cláudio. Portugal: Ed. Porto, 191 p., 1996. (Coleção Ciências da Educação, v. 21).

FISCHBEIN, E. **The theory of figural concepts. Educational Studies in Mathematics**, 24/2, 139-162, 1993.

FIRME, T. P. Mitos na avaliação: Diz-se que ... . **Revista Ensaio**. Rio de Janeiro: Ed. Aval, v. 2, nº 1, p. 57-62, out./dez. 1994.

FRANT, J. B. Tecnologia, corpo, linguagem: cognição. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2002, Curitiba. **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.** Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná (Orgs.). Curitiba: UTP, p. 121-134, 2002.

_____. Informática e Educação Matemática: Ferramenta ou Modo de expressão? In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 1999. **Anais do II Encontro de Educação Matemática**, Macaé: [s.n.], 1999.

_____. **Educational Computer Technology in Brazil: The Diffusion and Implementation of an educational innovation**. New York: Unipublisher, 1993. Tese de Doutorado, PhD. School of Education, New York University.

FRANT, J.B., POWELL. A.B. Communicating mathematical ideas: reflecting and convincing. **Proceedings of the 21st PME**. Finland: Lahti, 1997.

FRANT, J.B., TORNAGHI. A. Transformações possíveis na Educação a partir da Utilização da Informática. **Boletim do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEPEM)**. Rio de Janeiro: Ed. [s.n.], n. 31, p.59-66, 1995.

GENTILE, P; ANDRADE, C. Avaliação nota 10. **Revista Nova Escola**. São Paulo: Ed. Abril, nº 147, Ano XVI, p. 15-21, nov. 2001.

GIMENEZ, J. **Evaluación en Matemáticas: una integración de perspectivas**. Madri: Editorial Sínteses, 1997.

GONÇALVES, C. L. Projeto Pedagógico: Movimento-documento. **Educação continuada – a experiência do Pólo 3**. Rio de Janeiro: [s.n.], 1999.

GRAVINA, M.A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In : Congresso Brasileiro de informática na Educação, 4., Brasília. **Anais do IV Congresso RIBIE**, Brasília: [s.n.], 1998.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7., 1996, Belo Horizonte. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**. Belo Horizonte: [s.n.], 1996.

GRÉGOIRE, J. **Avaliando as aprendizagens: aportes da psicologia cognitiva**. Tradução: Bruno Magne. Porto Alegre: Ed. Artes Médicas Sul, 224 p., 2000.

HADDAS, N. & HERSHKOWITZ, R. The role of uncertainty in constructing and proving in computarized environment. In: **Proceedings of the 23rd Conference of PME,** Haifa, Israel, 3, 57–64, 1999.

HADJI, C. A avaliação a serviço dos alunos: utopia ou realidade. **Pátio Revista Pedagógica**. Porto Alegre: Ed. Artmed, Ano IV, nº22, p. 22-26, jul./ago. 2002.

_____. **A avaliação desmistificada**. Tradução: Patrícia C. Ramos. Porto Alegre: Ed. Artes Médicas Sul, 136 p., 2001. (a).

_____. **Pensar & Agir a Educação: Da inteligência do desenvolvimento ao desenvolvimento da inteligência**. Tradução: Vanise Dresch. Porto Alegre: Ed. Artmed, 160 p., 2001. (b).

_____. A formação permanente de professores – uma necessidade da profissionalização. **Pátio Revista Pedagógica**. Porto Alegre: Ed. Artmed, Ano IV, nº17, p. 13-16, mai./jul. 2001. (c).

_____. **A avaliação, regras do jogo – Das intenções aos instrumentos**. 4 ed. Tradução: Júlia Lopes Ferreira e José Manuel Cláudio. Portugal: Ed. Porto, 190 p., 1994. (Coleção Ciências da Educação, v. 15).

HALMOS, P. **Mathematics as a creative art**. In: CAMPBELL, D. & HIGGENS, J., Mathematics: people, problems, results. Belmonst: Ed. Wadsworth, v. II, p. 19-29, 1984.

HERSHKOWITZ, R. Aspectos psicológicos da aprendizagem da Geometria. **Boletim do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEPEM)**. Rio de Janeiro: [s.n.], n. 32, Ano XVIII, p. 03-44, 1994. (a).

_____. Visualização em geometria – as duas faces da moeda. **Boletim do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEPEM)**. Rio de Janeiro: [s.n.], n. 32, Ano XVIII, p. 45-61, 1994. (b).

_____. Atividades com professores, baseadas em pesquisas cognitivas. **Boletim do Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEPEM)**. Rio de Janeiro: [s.n.], n. 32, Ano XVIII, p. 62-76, 1994. (c).

HITT, F. Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículo. **Educación Matemática**, México: Ed. [s.n.], v.10, n. 2, p. 23-45, ago. 1998.

HOFFMANN, D. S. A geometria e o Cabri Géometrè na licenciatura em matemática da UFRGS. In: CONGRESSO SUL-BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO. 2000, Florianópolis. **Anais do Congresso Sul-Brasileiro de Informática na Educação**. Florianópolis : [s.n.], 2 v., 2000.

HOFFMANN, J. A avaliação educacional ao final dos séculos: uma análise ético-política de novas concepções e metodologias. **Revista da Associação das Escolas Católicas (AEC)**. Brasília: Ed. [s.n.], nº 108, p. 36-44, jul./set. 1998. (Um balanço educacional brasileiro, v. 27).

_____. **Avaliação Mediadora: uma prática em construção da pré-escola à universidade**. 3. ed. Porto Alegre: Ed. Educação & Realidade, 200p., 1993.

_____. **Avaliação: mito e desafio: uma perspectiva construtivista**. 24. ed. Porto Alegre: Ed. Mediação, 128 p.,1991.

HOYLES C., NEWMAN, K. & NOSS, R. Changing Patterns of Transition from School to University Mathematics. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,** 32, 6, 829-845, 2001.

IMENES L. & LELLIS M. **Matemática, 5ª a 8ª série**. São Paulo: Scipione, 340 p., 1997. (Coleção Matemática).

KALEFF, A.M. **Vendo e entendendo poliedros:do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos**. Niterói : EdUFF, 1998.

KALINKE, M. A. **Uma proposta para análise e seleção de sites educacionais de Matemática, à luz das teorias construtivista e ergonômica**. Curitiba, 2002. 157 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

KELLY, A.E. & LESH, R.A. **Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education**. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2000.

KOOJI, Henk Van Der. Matemática realista na Holanda. Revista E&M 23, 1992.

LABORDE, C. Enseigner la Géometriè em tant que terrain d’exploration de phénomènes didactiques. **Recherches em Didactique dês Mathématiques**. Proceedings of the 7 th ICME. v. 9, n. 3, p. 337-364, 1988.

LABORDE, C. & LABORDE, J. M. **Problem solving in geometry: From microworlds to intelligent computer environments.** In J. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos & D. Fernandes (Eds.),s. Berlin: Springer-Verlag, pp. 177-192, 1992.

LABORDE C. & MARIOTTI M.A. Grounding the notion of function and variable in Cabri-geometry, **Actes du Congrès international Cabriworld 2**, Montréal, 2001.

LA TAILLE, Y. **Ensaio sobre o lugar do computador na educação**. São Paulo: Ed. Iglu, 219 p. 1990.

LÉVI, P. **Cibercultura**. 1. ed. Tradução: Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed. 34, 264 p., 1999. (Coleção TRANS). (a).

_____. **A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço**. 2 ed, São Paulo: Ed. Loyola,1999. (b).

_____. **A máquina do universo: criação, cognição e cultura informática**. Tradução: Bruno Charles Magne. Porto Alegre: Ed. ArtMed, 173 p., 1998.

_____. **As tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na Era da Informática**. 1. ed. Tradução: Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 208 p., 1993. (Coleção TRANS).

LINDQUIST, M.; SHULTE, A. (Orgs.), **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Ed. Atual, 1994.

LINCOLN, Y.S. & GUBA, E.G. **Naturalistic inquiry**. Londres: Ed. Sage Publications, 1985.

LORENZATO, S. Os “porques” matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. **Revista Pro-posições**, Campinas: Ed. UNICAMP, v. 10, p. 73-77, 1993.

_____. Porque não ensinar Geometria? **A educação Matemática em Revista (SBEM)**. Blumenau: [s.n.], nº 4, Ano III, p. 03-13, 1º semestre 1995. (Geometria)

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 9. ed. São Paulo: Ed. Cortez, 180 p., 1999.

MACEDO, L. O fracasso escolar hoje. Fracasso Escolar – O que é? Quem Fracassa? **Pátio Revista Pedagógica**. Porto Alegre: Ed. Artes Médicas Sul, n. 3, p. 20-23, nov./jan. 2000.

_____. **Ensaios Construtivistas**. 3. ed. São Paulo: Ed. Casa do Psicólogo, 1994.

MAGINA, S.; JAHN A. P. & HEALY L. Professor, computador e ensino de matemática: formar para integrar ou formar integrando? In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2002, Curitiba. **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.** Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná (Orgs.). Curitiba: UTP, p. 225-238, 2002.

MAGINA, S. et al. **Explorando os polígonos nas séries iniciais (1ª a 4ª série) do ensino fundamental**. Tânia Maria Mendonça Campos e Ana Paula Jahn (Coods.). São Paulo: Ed. PROEM, 87 P., 1999.

MEDEIROS, K. O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. **Educação Matemática em Revista (SBEM)**. São Paulo: [s.n.], n. 9/10, p. 32-39, abr. 2001.

MICOTTI, M. C. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (Orgs.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. Rio Claro: Ed. Unesp, p. 153-167, 1999.

MISKULIN, R. A construção de conceitos geométricos em ambientes informatizados – uma dimensão microgenética. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 6., jul. 1998, São Leopoldo. **Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Leopoldo: [s.n.], 2 v., p. 101-103, 1998.

_____. **Softwares educacionais: ambientes computacionais utilizados no ensino**. http://www.fae.unicamp.br/cempem/, acesso em 28/05/2003.

MOISE, E. E., DOWNS, F. L. **Geometria Moderna**. Tradução: Renate G. Watanabe, Dorival A. Mello. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 344 p., 1971.

NASSER, L., TINOCO, L. **Helping to develop the hability of argumentation in mathematics**. Israel: Atas do PME-23, vol.1, p.303, 1999.

_____. Argumentação e provas no ensino de Matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2002, Curitiba. **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. (Orgs.). Curitiba: UTP, 2002, p. 97-106, 2002.

NOSS R. & HOYLES, C. **Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers.** Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1996.

NÓVOA, A. (org.) **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Ed. Dom Quixote, 1992.

_____. **As organizações escolares em análise**. Lisboa: Ed. Dom Quixote, 1995.

O'DAFFER, P. Geometria: o que será um currículo balanceado e abrangente? In: LINDQUIST, M. M. **Select issues in mathematics education**. Berkeley: Ed. McCutchan, 1980. Tradução: Regina Maria Pavanello (mimeo).

PAIVA, M. **Matemática**. 1. ed. São Paulo: Ed. Moderna, vol. Único, 465 p. 1999. (Coleção Base).

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Ed. Artes Médicas Sul, 210 p. 1994.

PÁTIO REVISTA PEDAGÓGICA (Qualificando o dia-a-dia na sala de aula). Ano VI. Porto Alegre: Ed. Artmed, nº 22, 66 p., jul./ago. 2002.

_____. (Educação à distância). Ano V. Porto Alegre: Ed. Artmed, nº 18, 66 p., ago./out. 2001. (a).

_____. (A formação de educadores ao longo da vida). Ano V. Porto Alegre: Ed. Artmed, nº 17, 66 p., mai./jun. 2001. (b).

_____. (Educação – Agenda para o século XXI). Ano IV. Porto Alegre: Ed. Artmed, nº 16, 66 p., fev./abr. 2001. (c).

_____. (As diferentes dimensões ao aprender). Ano IV. Porto Alegre: Ed. Artmed, nº 15, 66 p., nov.2000/jan. 2001.

PAUPITZ, S. K. et. all. Cabri-Géomètre: uma experiência no ensino de Geometria. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., jul., 1995, Aracajú. **Anais do V Encontro Nacional de Educação Matemática**. jul. 1995. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Universidade Federal do Sergipe, (Orgs.) Aracaju: [s.n.], p. 219, 1998.

_____. **Cabri-Géomètre: uma ferramenta poderosa no ensino de Geometria**. Curitiba, 1997. 75 f. Monografia (Especialização em Informática na Educação) – Curso de Informática na Educação. Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

_____. Cabri-Géomètre: uma experiência no ensino de Geometria. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2., JUL. 1994, Blumenau. **Anais do II Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática**, jul. 1994, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Universidade Regional de Blumenau (Orgs.), Blumenau: [s.n.], p. 145, 1995.

PAUPITZ, S. K. Planilha Eletrônica: uma ferramenta para planejar e avaliar. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 6., jul. 1998, São Leopoldo. **Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Orgs.), São Leopoldo: [s.n.], 2v., p. 572-574, 1998.

_____. Planilha Eletrônica uma ferramenta para planejar e avaliar. In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTADO DO RIO JANEIRO, 2., 1999, Macaé. **Anais do 2º Encontro de Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Rio de Janeiro (Orgs.), Rio de Janeiro: [s.n.], p.117-118, 1999.

_____. Tecnologia e Avaliação: um olhar através dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. **Boletim do Grupo de Estudos em Educação Matemática**. Rio de Janeiro: [s.n.], n. 37, p. 21-32, ago. 2000.

_____. Avaliação e Tecnologia: em busca de novos rumos. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., out. 2000. Londrina. **Anais do VI Encontro Paranaense de Educação Matemática**. Sociedade Paranaense de Educação Matemática Regional Paraná, Universidade Estadual de Londrina (Orgs.), Londrina: Ed. Da UEL, p.97, 2000.

_____. A influência das novas tecnologias no processo de avaliação do ensino de Geometria. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., jul. 2001, Rio de Janeiro. **Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro (Orgs.). Rio de Janeiro: [s.n.], 2001. 01 CD-ROOM.

PAVANELLO, R. M. Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2002, Curitiba. **Anais do I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática**. Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná (Orgs.). Curitiba: UTP, p. 173-184, 2002.

_____. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas.** Campinas, 1995. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, UNICAMP.

_____. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: Causas e conseqüências. **Revista Zetetiké**. Campinas: Ed. UNICAMP, nº 1, 1993.

_____. **O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica**. Campinas, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, UNICAMP.

PENTEADO, M. G. Possibilidades para a formação de professores de Matemática. In: TELMA S.G., [ET AL.]; PENTEADO, M.G., BORBA, M.C. (Orgs.) **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho d'Água, p. 23-34, 2000.

______. Informática e Educação Infantil: reflexões de um grupo de professores. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 6., jul. 1998, São Leopoldo. **Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Orgs.), São Leopoldo: [s.n.], 2v., p. 688-690, 1998.

_____. **O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor.** Campinas, 1997. Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação, UNICAMP.

PEREZ, G. A realidade sobre o ensino de geometria no 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo. **A Educação Matemática em Revista**, São Paulo: n. 4, p. 54-62, 1995.

PERRENOUD, P. **Pedagogia diferenciada: das intenções à ação**. Tradução: Patrícia Chinotti Ramos. Porto Alegre: Ed. ArtMed, 184 p., 2000.

_____. **Avaliação: Da excelência à regulação das aprendizagens - Entre duas lógicas**. Tradução: Patrícia Chinotti Ramos. Porto Alegre: Ed. ArtMed, 184 p. 1999. (a).

_____. **Construir as competências desde a escola**. Tradução: Bruno Charles Magne. Porto Alegre: Ed. ArtMed, 90 p. 1999. (b).

POLYA G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1995.

PORTUGAL. Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica. **Reflexão participada sobre os currículos do ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 12 f., 1999.

POVOAS, R. V. **Um ambiente de aprendizagem em busca de significados usando o Cabri Geométrè**. Rio de Janeiro, 1995. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Setor de Matemática, Universidade Santa Úrsula.

POWELL, A. B. Captando, examinando e reagindo ao pensamento matemático. Tradução: Wilson Reis de S. Neto. **Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática** (Edição comemorativa 25 anos de GEPEM). Rio de Janeiro: [s.n.], n. 39, p. 73-84, set. 2001.

POZO, J. I.; ECHEVERRIA, M. P. As concepções dos professores sobre a aprendizagem: rumo a uma nova cultura educacional. **Pátio Revista Pedagógica.** Porto Alegre: Ed. ArtMed, Ano IV, n.16, p. 19-23, fev./abr. 2001.

RABELO, E. H. Avaliação: novos tempos, novas práticas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1998, São Leopoldo. **Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Universidade do Vale dos Sinos (Orgs.). São Leopoldo: [s.n.], v. 1, p.330-331, 1998.

RAMAL, A. C. **Educação na cibercultura: Hipertextualidade, leitura, escrita, escrita e aprendizagem**. Porto Alegre: Ed. ArtMed, 268 p., 2002.

_____. Avaliar na cibercultura. Novas perspectivas em Avaliação. **Pátio Revista Pedagógica**. Porto Alegre: Ed. ArtMed, Ano 3, nº12, p. 22-26, fev./abr. 2000.

RODRIGUES, P. et al. **Avaliações em educação: novas perspectivas**. ESTRELA, A.; NÓVOA, A. (Orgs.). Portugal: Ed. Porto, 208 p., 1999.

ROMBERG, T. A. **Mathematics Assement and Evaluation – Imperatives for Mathematics Educators**. New York: Ed. State University, 16 p., 1992.

SANGIACOMO, L. et al. **Geometria Plana com Cabri-Géomètre: diferentes metodologias**. Tânia Maria Mendonça Campos e Ana Paula Jahn (Coords.). São Paulo: Ed. PROEM, 29 p., 1999. (a).

_____. Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri–Géomètre. coord. Tânia Maria Mendonça Campos e Ana Paula Jahn (Coords.). São Paulo: Ed. PROEM, 109 p., 1999. (b).

SANTOS, V. M. P. (Coord. E Orgs.). **Avaliação da Aprendizagem Raciocínio em Matemática: Métodos Alternativos**. Rio de Janeiro: Ed. Instituto de Matemática da UFRJ, 220 p., 1997.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO. **Avaliação, sociedade e escola: fundamentos para reflexão**. Curitiba: SEE, 34 p., out. 1985.

SILVA, I. R. Avaliar ou Medir? Novos tempos, novas práticas. **Educação Matemática em Revista (SBEM)**, São Paulo: [s.n.], Ano 10, n. 13, p. 41-48, mar. 2003.

SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2002, Curitiba. Anais do I Simposio Brasileiro de Psicología da Educação Matemática, Universidade Federal do Parná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pntifícia Católica do Paraná (Orgs.). Curitiba: UTP, 240 p., 2002.

SOUZA, C. P. de (Orgs.). **Avaliação do rendimento escolar**. 9 ed. Campinas: Ed. Papirus, 176 p., 2001. (Coleçào Magisterio: formação e trabalho pedagógico).

TELMA S. G., et al.; PENTEADO, M. G., BORBA, M. C. (Orgs.). **A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Ed. Olho d'Água, 79 p., ago. 2000.

TIKHOMIROV, O. K. The Psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J.V. (Ed.) **The concept of activity in soviet psychology**. New York: M. E. Sharpe. Inc, p. 256-278, 1981.

TROVON, A. L.; REIS, L. F. **Matemática inter@tiva, 7.ª série**. 3 ed. Tatuí: Ed. Casa Publicadora Brasileira, 320 p., 2002. (Coleção Matemática interativa – v. 7).

TURRA, C. M. G. et al. **Avaliação: uma discussão em aberto**. Délcia Enricone e Marlene Grillo (Orgs.) Porto Alegre: Ed. Edipucrs, 126 p., 2000.

USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. Mary M. Lindquist e Albert P. Shulte (Orgs.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, p. 21-39, 1994.

VASCONCELOS, C. dos S. **Avaliação: concepção dialética-libertadora do processo de avaliação escolar**. 9 ed. São Paulo: Ed. Libertad, 173 p., 1998. (Cadernos pedagógicos do Libertad, v. 3).

VILLARREAL, M. E. **O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas**. Rio Claro, 1999. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.

WHEELER, D. Imagem e pensamento geométrico In: CIAEM – Comitês rendus de la 33e. **Rencontre internationale**. Tradução: s/aut. Regina Maria Pavanello (mimeo). Pallanza: [s.n.], p. 351-353, 1981.

WILD, M. Technology refusal: rationalising the failure of student and beginning teachers to use computers. **British Journal of Educational Technology**. Coventry: [s.n.], v. 27, n. 2, p. 134-143, 1996.

ZABALA, A. Uso social dos resultados da Avaliação Formativa. **Pátio Revista Pedagógica**. Porto Alegre: Ed. Artmed, n. 16, p. 6, fev./abr. 2001.

ANEXOS

ANEXO 1

COLÉGIO ESTADUAL LEÔNCIO CORREIA - 1º BIMESTRE - 1997

1ª V		valor numérico	adição fracões	exp. fracionário	valor numérico	raiz quadrada	exp. negativo	adição algebrica	mult.algébrica	prod.notáveis	prod.notáveis	equação-parenteses	equações-frações	equações-frações	sistemas-2 variáveis	sistemas-2 variáveis	TOTAL DE OBJ.	TOTAL GERAL
NOME	**Nº**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**		
Adalberto W. Júnior	1	X	X	X	X	X	X	X	X								8	5,3
Adriane Rodrigues da Silva	2							X	X								2	1,3
Ailton Alves dos Santos	3		X			X									X		3	2,0
Alan Palu Enes	4																0	0,0
Alessandra Coreiro Oliveira	5	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	15	10,0
Alexandre Rafael Tulio	6	X		X		X	X	X	X	X	X	X			X		10	6,7
Andrios Paes	7		X	X	X	X	X			X	X		X				8	5,3
Claudia Fernanda de Mello	8																0	0,0
Cristian Alves Pedroso	9		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		13	8,7
Cristiano Cora	10		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X		12	8,0
Daniel Francisco Pereira	11	X		X		X			X	X	X						6	4,0
Debora Cristiane de Souza	12		X	X			X	X	X	X	X	X	X				9	6,0
Elaine Michelle de Oliveira	13									X	X						2	1,3
Eveline Oliveira dos Santos	14														X		1	0,7
Fabiana Fátima Folle	15	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X		X	X	13	8,7
Fernando da Silva Argozo	16								X	X	X		X		X		5	3,3
Fernando José Maciel Santos	17	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	14	9,3
Karina dos Santos	18																0	0,0
Liz Gisele Branco Rodrigues	19	X	X		X	X		X	X	X	X		X		X	X	11	7,3
Marcelo Alves Pinto	20	X	X	X	X		X	X		X	X						8	5,3
Marcelo Carneiro	21	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	15	10,0
Marcio Bordin	22	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X		X	X	13	8,7
Maurício Bazzei Fogaça	23		X	X		X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	12	8,0
Nilcéia Stadnik	24	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X		12	8,0
Ricardo Mendes	25	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	14	9,3
Samuel Alves da Silva	26	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	12	8,0
Willian Cesar Ladeira	27	X	X	X		X	X	X	X	X		X	X		X		11	7,3
OBJETIVOS ATINGIDOS POR ALUNOS		**14**	**18**	**17**	**14**	**18**	**16**	**18**	**19**	**20**	**19**	**12**	**13**	**5**	**17**	**9**		
PORCENTAGEM		**52%**	**67%**	**63%**	**52%**	**67%**	**59%**	**67%**	**70%**	**74%**	**70%**	**44%**	**48%**	**19%**	**63%**	**33%**		

Referência para o professor sobre o total dos alunos por conteúdo

Referência para o aluno sobre o total de conteúdos dominados

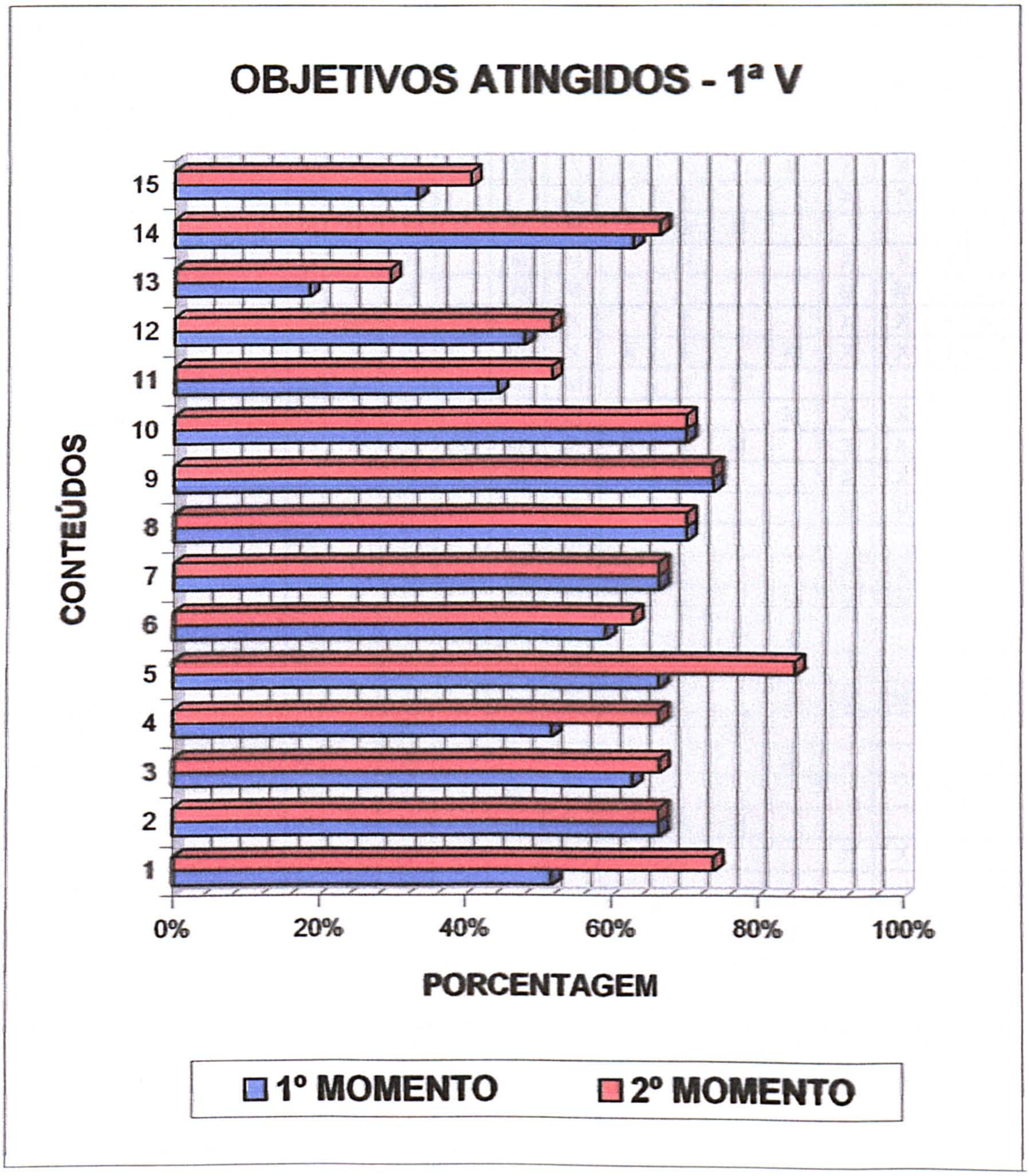
ANEXO 2 Comparativo - 1º Bimestre

1ª V - 27 ALUNOS

Nº DE ALUNOS QUE ATINGIRAM OS OBJETIVOS

CONTEÚDOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nº DE ALUNOS	*14*	*18*	*17*	*14*	*18*	*16*	*18*	*19*	*20*	*19*	*12*	*13*	*5*	*17*	*9*
1º MOMENTO	52%	67%	63%	52%	67%	59%	67%	70%	74%	70%	44%	48%	19%	63%	33%

CONTEÚDOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nº DE ALUNOS	*20*	*18*	*18*	*18*	*23*	*17*	*18*	*19*	*20*	*19*	*14*	*14*	*8*	*18*	*11*
2º MOMENTO	74%	67%	67%	67%	85%	63%	67%	70%	74%	70%	52%	52%	30%	67%	41%



ANEXO 3

COLÉGIO ESTADUAL LEÔNCIO CORREIA - 1998 - 2º BIMESTRE

1ª A		Valor numérico	Equação do 1º grau	Equação do 2º grau	Conjuntos Numéricos	Intervalos/Representação	Intervalos/Operações	Gráficos/Interpretação	Funções/Noções Intuitivas	Funções/Domínio e Imagem	Função do 1ºGrau/Cálculos	Função do 1ºGrau/Gráficos	TOTAL DE OBJ. X	TOTAL DE OBJ. M	TOTAL GERAL
NOME	**Nº**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**			
Ademar Luiz da Silva Junior	1		M					X					1	1	1,4
Ademir Dal Olmo dos Santos	2					X		X	M				2	1	2,3
Adilson Rogerio de Lima	3	X			M	M	M	M			X	X	3	4	4,5
Adriano Levandoski Otto	4	X	X		M			M					2	2	2,7
Alessandra Craveiro Lima	5	X	X	X	X	X	X	M	X	M	X	X	9	2	9,1
Alessandra da Rocha Soares	6	X	M			M		X	M		X	X	4	3	5,0
Alessandra Stanioski	7		M							M	X	X	2	2	2,7
Ana Paula Assolari	8	M	M			M		X	M				1	4	2,7
Ana Paula dos Santos	9	X	X		M			X			X	X	5	1	5,0
Andre Pereira da Silva	10	M	M			M		X					1	3	2,3
Antonio Carlos Gonçalves	11	X	X			X	X	X	X		X	X	8	0	7,3
Cacio Borges Inhaia	12	X	X	M		X	M		X		X	X	6	2	6,4
Carlos Eduardo Ferreira Roko	13	X	X	M	M	X	M	X	M	X	X	X	7	4	8,2
Cesar Renato Goes	14	X	X		M	X	X	X		M	X	X	7	2	7,3
Cleverson de Paula	15	X				M		X			X	X	4	1	4,1
Cristiano de Almeida Santos	16	M	X		M	M		M	M				1	5	3,2
Debora Cordeiro Campos	17	X	X		M	M		M			X	X	4	3	5,0
Denys Pereira Depra	18	M	X		M	M		X			M	M	2	5	4,1
Erica Patricia Ap. Oliveira	19	X				X		X			X	X	5	0	4,5
Everton Lopes Schneideer	20	X	X		M	X	X	X		M	X	X	7	2	7,3
Fernanda Alves dos Santos	21	X			M	M		X	M				2	3	3,2
Fernando Leonardi	22	X	X			M		X		M	X	X	5	2	5,5
Fernando Simioni	23	X	X	M	M	X	X	X	M		X	X	7	3	7,7
Gisele da Silva Bento	24	X	M	X	M			X			X	X	5	2	5,5
Hugo Leonardo Ribeiro Silva	25	X	X			M		X			M	M	3	3	4,1
Juliano José Chaar Nezik	26		X			M							1	1	1,4
Marcos José Marchaukoski	27	X	M		M	X	M	X			X	X	5	3	5,9
Marli Zeskotko	28	X	X		M	M	X	M		M	X	X	5	4	6,4
Michel Lemos de Camargo	29	M	X	X	M	X	X	X	M	X			6	3	6,8
Michele Soares Gusmão	30				M	M	M						0	3	1,4
Ricardo Juliani	31	M	X			X		X		M	M	M	3	4	4,5
Roberto Pereira da Silva Jr	32	X	X		X	X	X	M	M				5	2	5,5
Rodrigo Manrique Santos	33		X					X		M			2	1	2,3
Roger Assis Fraguas	34		X		M	X	X						3	1	3,2
Ruth Evaldeth de Paula	35	X	M		M	M		X	M				2	4	3,6
Simone Hurin	36	X	X			M	M	X			X	X	5	2	5,5
Thais Mara Tavares	37	M	M					X					1	2	1,8
CONHECIMENTO ADQUIRIDO		**23**	**22**	**3**	**2**	**14**	**9**	**25**	**3**	**2**	**19**	**19**			
CONHECIMENTO PARCIALMENTE ADQUIRIDO		**7**	**9**	**3**	**18**	**16**	**6**	**7**	**10**	**8**	**3**	**3**			
PORCENTAGEM TOTAL (X)		**62%**	**59%**	**8%**	**5%**	**38%**	**24%**	**68%**	**8%**	**5%**	**51%**	**51%**			
PORCENTAGEM PARCIAL (M)		**19%**	**24%**	**8%**	**49%**	**43%**	**16%**	**19%**	**27%**	**22%**	**8%**	**8%**			

OBS: Os alunos sem registro (nem X, nem M) ou eram faltosos, ou não sabiam desenvolver o assunto, ou não responderam nada em relação ao que foi proposto

Preparado por Selma Kozel Paupitz

ANEXO 4

1º Bimestre

Competências	Representação e comunicação						Investigação e compreensão								Percepção sociocultural e histórica							
Habilidades a serem desenvolvidas	Ler e interpretar textos de Matemática	Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões	Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica	Exprimir-se com correção e clareza, usando a terminologia correta	Produzir textos matemáticos adequados	Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e comunicação	Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, ...)	Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema	Formular hipóteses e prever resultados	Selecionar estratégias de resolução de problemas	Interpretar e criticar resultados dentro do contexto da situação	Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos	Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades	Discutir idéias e produzir argumentos convincentes	Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática na interpretação e na intervenção do real	Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento	Relacionar estapas da história da matemática com a evolução da humanidade	Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades	Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho	X	M	TOTAL GERAL
André	X	X																			2	0	2,9
João	M	M																			0	2	1,4
José	X	M																			1	1	2,1
Maria	X	X																			2	0	2,9
Alice	M	M																			0	2	1,4
Diana	X	M																			1	1	2,1
Helena	X	M																			1	1	2,1
Júlio	X	M																			1	1	2,1
Beatriz	M	M																			0	2	1,4

Preparado por Selma Kozel Paupitz

COMPETÊNCIA - Representação e comunicação

HABILIDADE - Ler e interpretar textos de Matemática

CONTEÚDOS	Funções - Conceitos			Função do 1º grau			Função do 2º grau	Função Exponencial	Função Logaritmica	TOTAIS			
Atividades realizadas / **Alunos**	texto histórico	problemas	exercícios	texto histórico	problemas	exercícios	problemas	problemas	problemas	X	M	RESULTADO PARCIAL	RESULTADO FINAL
André	X	X	X	X	X	X	X	X	X	9	0	10,0	X
João	X	M	X	M	X	M	M	M	M	3	6	6,7	M
José	M	M	M	M	X	X	X	X	X	5	4	7,8	X
Maria	M	X	X	X	X	X	X	X	X	8	1	9,4	X
Alice	M	M	M	M	M	M	M	M	X	1	8	5,6	M
Diana	X	X	X	X	X	X	M	M	M	6	3	8,3	X
Helena	X	M	X	M	M	M	X	X	X	5	4	7,8	X
Júlio	X	X	M	X	X	M	X	X	X	7	2	8,9	X
Beatriz	X	X	X	M	M	M	M	M	M	3	6	6,7	M

ANEXO 5 (A)

ENTREVISTA Nº 1
Colégio Estadual Leôncio Correia - 27/07/99
O nome do professor foi omitido por questões de privacidade do entrevistado

	Entrevistador	Entrevistado
1.	Fale um pouco da sua formação e da sua experiência profissional.	Meu nome é Nerice e eu me formei em Santa Maria no Rio Grande do Sul em Matemática na Faculdade Franciscana, hoje é Fatra que chama, ... juntou com uma outra faculdade de Enfermagem. Me formei em 87 fiz meu estágio e parei. Eu trabalhava numa financeira, na época e alguns anos depois fiz concurso para o magistério. Passei, só que lá ... é muita concorrência,, pra Santa Maria mesmo. Fui chamada para trabalhar em escola como secretária de escola.
2.	Você não atuou como professora de matemática?	Não, Aí eu trabalhei 7 anos, de 89 até 95. Depois entrei em licença para acompanhar cônjuge, porque o meu marido é militar. Ele foi designado para cá e foi aqui em Curitiba que eu comecei a exercer o magistério. No ano passado trabalhei na área de Física.
3.	Começou com Física ..	Física.
4.	Pegou que turmas?	Primeiros anos
5.	Primeiros anos, no Médio?	Isto. Foi bom. Foi uma experiência boa, porque eu sempre pendia mais pro lado da Matemática. Física eu não tinha muito a ver comigo. E eu gostei, sabe que eu gostei, acho até a Física é bem mais fácil de explicar que Matemática.
6.	E esse ano está com turma de 2º grau?	Não. Mas estou gostando, ... tenho 5ª série e só uma série. São maravilhosos. Eles são assim ... quero dizer ... outra clientela. 1º ano do segundo grau são mais adolescentes ...
7.	Então, diante desta da sua experiência, eu gostaria de saber primeiro, como você ensina Geometria ... mas eu não sei se você chegou a trabalhar com ela, ...	Eu dei uma introdução só, sobre a parte de bloco retangular. Então, ... eu procuro mostrar sempre a Geometria com coisas palpáveis, como por exemplo, mostrar um bloco retangular como uma sala de aula ... Eu procuro mostrar assim .... dentro de um bloco retangular, quando claro é o caso, ... então a parte lá de aresta eu procuro mostrar as linhas, ... eu tenho impressão que elas visualizam melhor do que você pegar e só deixar ... eles enxergam melhor do que você mostrar uma caixinha, ... porque eu trabalho também, trabalhei também com a caixa de fósforos, bola para mostrar a esfera.
8.	Isso em nível de Física ... ou neste ...	Este ano. Foi bem no início do ano, até tem no nosso livro da 5ª série, essa parte de Introdução. Depois a gente entra na parte de ... números...
9.	Então você já trabalhou Geometria na 5ª série	Mas eu trabalhei pouco, por que eu vou trabalhar mais adiante, que é...... mais no 4º bimestre.
10.	Outra coisa que eu gostaria de saber é como você avalia Matemática?	Como eu avalio ?
11.	É ... Como você cobra ...	A avaliação?
12.	Não só Geometria, de maneira geral como você avalia?	Eu avalio assim ... por trabalho ...
13.	Trabalho como?	Trabalho em grupo.
14.	O que eles produzem no grupo?	Aí no caso eu dei um trabalho apenas, e agora estou dando o segundo. Em cada bimestre eu dou um trabalho. Nesse caso eu dou um trabalho da parte que abrange mais a matéria. Para eles se situarem na parte que eu vou explicar mais adiante. Então ... pra eles não é novidade aquilo não é?

15.	Por exemplo, um trabalho que você já deu ...	Eu dei um trabalho sobre múltiplos e divisores.
16.	E o que eles tiveram que fazer?	Eles pesquisaram em livros e eu pedi para que eles apresentassem. Eles apresentaram, eu sorteei alguns grupos, outros ... alguns foram voluntários, aqueles que gostam de .... foram para o quadro e trouxeram cartolina, ... e ... até esse trabalho que eu pedi para agora, eu disse pra eles que a criatividade era deles. A maneira que eles quisessem apresentar seria bem aceita. Então ... “parte de cada um de vocês” ... eu disse para eles, ... pode ser até transparências ...
17.	Fora o trabalho, o que você cobra?	Fora o trabalho, eu vejo os cadernos, avalio muito a participação deles de aula, ... eles perguntam, eu respondo ...
18.	Você tem algum controle? Como você faz?	No meu controle é assim .... Tenho uma ficha, ... Eu coloco mais ... menos ... Eu tinha ... é quadriculada ... então eu colocava assim ... mas bem simples, só quadriculada. Coloco a data e ... o nome dos alunos ... todos ... e coloco mais e menos. Até ... naquela própria ficha eu posso colocar não só participação. Também posso dividir e colocar assim ... Bom aí o caderno. Verifico o caderno, participação e exercícios. Quase que diariamente. Tem dias que não tenho tempo ... Eu não posso olhar caderno de todo mundo ... a gente perde meia aula olhando caderno. Então peço para as meninas ... duas ... ou monitores que ... Eles verificam os cadernos. Eles colocam fez ... não fez ... assim, que eu vou colocando mais, mais ou menos ... assim. E também teste, avaliação.
19.	Como é o peso desses testes em relação ao resto das atividades?	Bom, quando tem trabalho ... o trabalho eu faço peso dois. A participação peso um e o caderno, exercícios ... varia, tem bimestre que eu faço para cada um exercício “um”, caderno “um”, e a avaliação “cinco”. É que não querem que a gente faça mais prova. Mas alguma coisa a gente tem que verificar para ver se eles estão aprendendo, né? Vai ser uma avaliação.
20.	Você faz os testes com que regularidade? No bimestre o que você faz?	Por exemplo, assim ... Nesse caso, ... fração na 5ª série é uma parte que demora ... aí eu faço duas avaliações.
21.	Durante o bimestre, uma por mês?	É, uma por mês, mais ou menos.... dá para fazer umas três cada bimestre.
22.	E você atribui nota a essas avaliações?	Nota ... nota ... é.
23.	Como você faz o somatório disso tudo? Você tem uma ficha para fazer o somatório? Como você faz?	Eu tenho uma ficha que eu consegui lá na supervisão. Daí eu vou colocando assim ... às vezes eu coloco a nota, por exemplo se o peso é cinco, ... então tirou 10. Eu coloco as duas aqui porque eles gostam de saber o total. Se colocar só o peso, eles não aceitam. Eles ... mas quanto vale isso? Quanto me falta? Não adianta. Por mais que a gente tente querer tirar esse negócio de nota, eles cobram. Se eles não cobram, os pais cobram. Então, no caso, eu colocava um aluno que tira sete ... se o peso é cinco, sete vezes cinco, 35.
24.	Você disse que tem computador em casa ... e utiliza para fazer o que?	Quem mais fica no computador é meu marido e o meu filho. Não que eu não tenha acesso ... é que a gente tem casa ... Eu até comprei uns joguinhos para os meus filhos ... A gente acessa Internet também ... Eu até me inscrevi na parte de ... num site sobre educação ... Então todas as notícias novas sobre educação eu acesso. Vem para mim .... tem dias que chega ter sete notícias ... assim, sobre educação. Você abre no seu nome e vem todo dia assim ... Foi o meu marido que fez para mim. Uma noite dessas abri, porque fazia dias que eu não via mais ... eu fiquei mais de hora lendo ... é sobre todo o Brasil, não só daqui do Paraná.
25.	Mas ... você só usa o computador para acessar a Internet?	Eu faço ... às vezes eu digito ... eu digito por exemplo ... eu digito as avaliações.
26.	O Word você conhece bem ...	Sim

27.	Você mexe com Excel também? com planilhas?	Não, eu sou meio analfabeta ... Eu acho que teria ... Eu já falei para o meu marido ... para fazer um curso ... até tinha um curso no computador mesmo ... dá para aprender por aqui. Mas é outra coisa, aprender sozinha, né? Tem que ter alguém que já ... que vai ao que mais interessa, né?
28.	O que você acha de usar o computador na sua aula de Matemática?	Na minha aula ...
29.	É com os alunos.	Eu acho que vai ser bem interessante.
30.	Você tem idéia de como você poderia fazer isso?	Como eu poderia fazer ...
31.	É. Como você poderia dar uma aula usando o computador. Em vez de você dar aula lá na sala, você levaria os seus alunos ao laboratório para fazer alguma coisa. O que você acha que daria para fazer em matemática?	Olha ... a parte que eu poderia trabalhar ...
32.	Qualquer coisa ... Já pensou nisso? ou nunca pensou?	Não, eu até pensei, ... até acho que na parte de frações teria bastante ... como ... trabalhar os gráficos, ... as frações ...
33.	Tem alguma idéia que você já pudesse aplicar?	Eu e meu marido estávamos conversando justamente sobre isso ... Que temos que arrumar o projeto para colocar ... Que o professor Ivo falou para nós, ... que tem pouca gente que fez alguma coisa ... Vou pensar em alguma coisa ... Eu estou pensando.
34.	Então, deixa eu te perguntar mais uma coisa. A geometria que você já trabalhou até agora, como você avaliou?	Como eu avaliei ....
35.	É, aquilo que você já trabalhou de Geometria com eles, na 5ª série até agora, você tem uma avaliação? Você registrou em algum lugar? Como você fez esta avaliação?	Eu avaliei ... Só que era bem aquela introdução ... Aquela parte ...
36.	Você chegou a cobrar? Ou você só explicou isso e não cobrou?	Não, eu cobrei como avaliação.
37.	Como você cobrou isso?	Num teste, ... assim ...
38.	Como é que foi? Você pois uma figura para eles dizerem alguma coisa...	Isso, eu desenhei ... eu pedi pra eles desenharem ... no caso como estávamos vendo bloco retangular, eu pedi para eles desenharem um bloco retangular e .... também perguntei sobre arestas ...
39.	Você pediu para definir alguma coisa, ou ...	Não apenas para identificar .... o que mais .... sobre ângulos também ... trabalhei com ângulos.
40.	Você pediu para desenhar ...	Eu pedi para eles trazerem transferidor, e ... esquadro, para desenharem ângulos de 45, 30 e 60 graus. Então cada um desenhou. Que mais que eu pedi? Umas dez questões mais ou menos.

41.	Para eles responderem alguma coisa ... Diga algum exemplo, alguma pergunta que você fez da parte teórica.	

ANEXO 5 (B)

ENTREVISTA Nº 2
Colégio Estadual Leôncio Correia - 27/07/99
O nome do professor foi omitido por questões de privacidade do entrevistado

	Entrevistador	Entrevistado
1.	Fale um pouco da sua formação e da sua experiência profissional.	Comecei mesmo a lecionar mesmo em 1975. Eu não era formada, estava fazendo faculdade ainda. Daí ... antes de eu entrar na faculdade já comecei a lecionar. Primário.
2.	Então, você trabalhava de 1ª a 4ª primeiro.	Sim, depois que comecei na faculdade, no 1º ano, já peguei de 5ª a 8ª.
3.	Você fez Matemática.	Não, eu fiz Biologia. Eu sou formada em Biologia. Só que eu comecei no Rio de Janeiro. Fiz um pouco lá ... na faculdade Sousa Marques. Depois de dois anos que eu vim para Curitiba e consegui vaga na Católica. Na Federal era licenciatura curta e eu não queria. É que lá era plena, no Rio ... E eu sabia que eu ganharia mais se fizesse a plena.
4.	Então você fez na PUC?	É, eu fiz na católica. Fiz terceiro e quarto ano ... e um ano de complementação em Matemática, por isso que eu tenho registro de Matemática. Fiz ... é ... complementos de Matemática, Estatística, Cálculo Diferencial ... Um ano e mais um pedaço do outro ano até o fim. Em 84 eu me formei, porque complementei com Matemática. Mas, como eu gostei muito mais de Matemática do que de Ciências, optei por Matemática. Como surgiu oportunidade de pegar aulas de Ciências, eu peguei. Mas meu padrão mesmo, é de Matemática. Este ano; estou só com Matemática, nem peguei Ciências.
5.	E, você começou a lecionar em que época? ... Com Matemática	Eu comecei agora, de 88 pra cá.
6.	Neste trabalho você passou por que séries?	Tem anos que eu pego 5ª séries, comecei com 5ª série, aí no ano seguinte eu peguei 6ª e 7ª. Ano passado peguei 8ª e 7ª, e este ano só 6ª.
7.	Sempre trabalhando com primeiro grau, então.	Sempre com 1º grau. Bem que eu posso ... no 2º grau, com o registro posso lecionar no 2º grau e tenho pós-graduação também.
8.	Você já terminou a pós-graduação?	Sim, em 96 eu fiz um ano.
9.	Pós-graduação em que?	Metodologia de Ensino de 1º e 2º grau.
10.	Mas, qual é a sua preferência para trabalhar? Com o que você se identifica?	O que eu gosto mais?
11.	É.	Na Matemática?
12.	É, com que parte, com que série ou com que conteúdo você gosta mais de trabalhar?	Por exemplo, este ano eu peguei só 6ª série, nenhuma 7ª... de sexta eu gosto de tudo ... números negativos .... (eu acho que as crianças já) ... problemas com números negativos ... eles ficam assim ... até usarem o método ... essa coisa de sinal negativo, descobrir aquela regra de sinais, eles tem um pouco de dificuldade. Aí quando eu coloco prá eles como eu trabalho, como eu mostro, eles aprendem rapidinho, não é tão difícil. Depois ... de equações .... eu gosto muito de equações.
13.	E Geometria como você trabalha? O que você acha da Geometria?	A Geometria eu trabalho sempre em paralelo, sempre eu estou voltando para Geometria. Nas equações trabalhei um pouco de Geometria ...

14.	Como você faz isso?	Eu trabalhei reta, plano, ... ponto, reta, plano ... depois a construção dos triângulos ... aí pega a parte de álgebra ... pega medida de ângulo, do triângulo. Coloco 9x + 2y , 2x, aí o outro ângulo 80 graus ou 70 ... e .... a soma interna forma ângulo de quanto? Construa o triângulo com os ângulos tais, tais, tais e depois monte uma equação com esses dados. E, ... resolva a equação e faça a conclusão final. Na conclusão eu quero que ele diga que a soma de todos os ângulos internos .... eu quero que ele diga, que ele descubra, ... que dá 180 graus. Através da introdução de equações, então ele está trabalhando equações, um pouco de álgebra e ao mesmo tempo geometria, então reúne o útil ao agradável. Ele vê, ele desenha e muito mais. Outra coisa que eu gosto de fazer com eles é você dar os sólidos geométricos e medir as arestas, as alturas... e eles adoram, sabe ... pintar, desenhar aquilo ... por numa maquete.
15.	Eles fazem algum tipo de atividade assim de recortar, colar, na sala de aula?	Fazem, sujam tudo, picotam, ... mas dez ou cinco minutos antes de terminar a aula eles pegam uma vassoura emprestada da cantina, a pázinha, varrem a sala e deixam a sala limpa.
16.	E você acha que com essa atividade eles passam a dominar o conteúdo? O que eles tiram de lição desse trabalho que você propõe?	Eu acho que é uma parte assim, prática, da matemática experimental. Eu fiz o projeto "Vale Saber" e no meu projeto foi matemática experimental. Tenho até o disquete lá em casa. Eu não entendo nada de computador, mas o meu filho que prepara para mim o disquete, ele grava o disquete. Eu dou tudo esboçado e ele passa para o computador. Grava e me chama para fazer correções no computador. Então eu fiz, no outro colégio que eu trabalhei antes de vir para o Leôncio, ... fiz matemática experimental, laboratório de matemática experimental, com 5ª, 6ª, 7ª e 8ª series.
17.	E como você fez isso, lá?	A gente fez numa sala ... tampas de garrafas, garrafas de plástico, canudinhos de suco, ... então com os canudinhos eu ensinei a montar triângulos ... todas as figuras geométricas. Montamos o geoplano numa tábua com pregos. Tinha de 1 em 1 cm de distância, de 2 em 2 e de 3 em 3. Então saiam um diferente do outro, um menor ...
18.	Mas eles chegaram a utilizar o geoplano?	Sim. Sabe elástico de dinheiro? A gente prendia assim ... punha o geoplano na mesa ... Cada um pega o seu geoplano ... Tinha um monte ... Ficou lá na escola, pena que eu vim para cá e não trouxe esse material. Mas aí .... eles colocavam na mesa e eu dizia: agora nós vamos fazer um exemplo ... no 1º grau com o geoplano que tratam das propriedades, ... a cruz ... Agora vocês peguem, por exemplo, na vertical 3 ... conto três e eles marcavam no elástico; na horizontal ... (para fazer um triângulo), ... horizontal 5 (eles marcavam 5 preguinhos) ... aí prende o elástico lá ... passavam pela origem e formavam o triângulo retângulo. Agora, no caderno, façam o cálculo conforme o teorema de Pitágoras ... que agora é a aplicação do teorema. Então o aluno fica ali ... aprende, vê na prática ...
19.	Você esta trabalhando com isso na sua sala agora?	Agora não.
20.	Por que? Você acha que não daria?	Não, porque aqui nós ... agora que temos as salas ambientes ... A minha sala é toda ... Porque ... conforme a matéria que estou dando também ... o primeiro bimestre eu trabalhei um pouco de construções geométricas, que no livro começa ... eles fizeram montagem com cartolina, recortaram ...
21.	Vocês estão utilizando qual o autor?	Imenes e Lellis. Foi o livro que o colégio adotou. Adotado pela escola. Então ele ... Eu fiquei com o livro, mas não sigo só o livro. Dou muitas atividades que estão dentro do conteúdo, que vai enriquecer o aprendizado deles, que ele vai reter melhor se ele fizer na prática ... Porque eu gosto mais da matemática ... A matemática tradicional é boa, é interessante, mas se você puder enriquecer seu aluno dando trabalhos práticos, você não acha que ele vai aprender muito melhor?

22.	Sim, tem que ser criativo.	Então essa parte aqui, eles fizeram montagem ... os triângulos ... formas geométricas ... Começando expliquei como que usa transferidor, esquadro, ... mas na prática o que eu ensinei para eles foi montar, fazer dobraduras, fazer isso aqui ... no papel... daí eles já vêem na forma espacial como é que fica ... não vê assim só no plano. Aqui você tem a figura e quando você mostra isso aqui, você vê vários lados, várias faces, né?
23.	Você vê planificado.	É, planificado. Então eu acho que enriquece mais, e reforça. Eles dizem: eu gosto de trabalhar ... É uma matemática assim, diferente, porque é uma brincadeira. A gente aprende brincando.
24.	E, você está sentindo que eles estão entendendo, estão aprendendo as coisas que você tem trabalhado com eles? O resultado tem sido ... Como você avalia?	Através dos trabalhos que eles fazem. Tudo isso aqui foi feito montagem. Eu fiz o molde ... Eu fiz o molde e expliquei no quadro, porque tem que ter as abinhas aqui que vai ter que colar.
25.	Mas você fez o molde e deu para eles já pronto? Ou eles ...	Eles deveriam fazer mais ou menos ... mas eu deixei livre, cada um podia fazer do tamanho que quisesse inventar.
26.	Certo, e eles não tiveram dificuldade? Em fazer...	Tem um lá feito, quer ver? E na parede tem um monte de trabalhos. Dei as medidas, sugeri que eles fizessem assim. Cada um podia fazer da maneira que ... Estou seguindo a proposta do livro, né? Eu gostei.
27.	Além desses trabalhinhos que você fez com eles, como você cobrou essa geometria?	Só com trabalhos.
28.	Você não fez outro tipo de avaliação?	Trabalhos e testes, né?
29.	Como você fez o teste?	Por exemplo hoje eu comecei aqui ... estatística.
30.	Mas essa parte de geometria como você cobrou?	Essa parte de geometria eu cobrei com exercícios, usei o outro livro também que eu pego algumas coisas.
31.	Mas assim, por exemplo ... Dê um exemplo de exercício que você cobrou.	... Montagem ... com relação a medidas ... Montagem de tabelas ... O triângulo dentro da circunferência ... o quadrado dentro da circunferência ... daí eu ensinei que dividindo os lados ... pegando o número de lados e dividindo conforme está aqui ... este cálculo aqui ... 360 divididos por três. Por que? Porque o triângulo tem três lados ... Então, eu vou ter quanto? ... 120 graus.
32.	Isso você cobrou em teste.	Em teste. Eu fiz a tabela 3, 4, 5, 6 , 7... que é o número de lados, ... 7 lados, 8 lados, ... até 10 lados. Aí o cálculo ... a circunferência, a figura dentro ... Teriam que contar o número de lados e dividir por 360.
33.	Você avaliou isso só na tabela, ou pediu que eles fizessem a construção? Chegaram fazer construção?	Não, que eles fizessem também ... Tem fórmulas para aplicar aqui ... Isso aqui eu fiz em aula, o exercício, e depois eu cobrei em teste. Você tem que ensinar como é que faz, para depois cobrar.
34.	A avaliação é um processo ...	Aqui também, essas tabelas ... Eu peço que eles vão no quadro resolver (por ordem de chamada) Às vezes tem dia que eu vou assim até o número 12, 13 ... No dia seguinte do 13 em diante até chegar o final da lista de chamada. Daí cada um tem oportunidade, e eu dou um pontinho de participação. Acho que o aluno que vai lá na frente e mostra que sabe fazer o exercício ... Acho que ele aprendeu alguma coisa também.

35.	Nessa sua avaliação o que pesa? Como é que você faz a sua média?	Minha média? ... Porque ... a Vera com esse projeto pedagógico quer que a avaliação seja diagnóstica. Então tudo que eu faço com o aluno eu dou nota.
36.	Certo, mas você acha que é importante que a avaliação seja diagnóstica?	Acho, eu acho sim, ... porque, por exemplo, é claro que eu não vou dar dez por todos os trabalhos. No trabalho o aluno tira 4, vale 0,25, né? Já num outro momento eu olho o caderno se está em dia, dou mais 0,25. Aí, faço um teste com 4 questões valendo um ponto. O aluno conseguiu? ponto ... Isso toda semana eu estou fazendo assim com eles. Eu termino um conteúdo já cobro. Agora, porcentagem ... cobrei só porcentagem ...
37.	Mas ... você retoma o conteúdo quando você vê que a turma ...	Se eu vejo que não vai para frente, eu não posso. Por exemplo, quando eu estava dando porcentagem, dei vários problemas envolvendo porcentagem. No caderno, no quadro e vi que eles estavam acompanhando. Aí, eu passei um teste para cobrar aquilo; mas já com outros exercícios, outros problemas. Levo para casa, corrijo e, se eles conseguiram fazer aquilo como eu ensinei, dou um pontinho. Anoto lá o pontinho, devolvo o trabalho dele e ele fica contente ... porque a nota máxima era 1 ponto. Agora, se ele fez pela metade eu dou meio ponto. Eu não vou dar um ponto se ele errou. Depois, no final do bimestre, eu vejo quantas avaliações que eu fiz, se já conseguiu atingir o máximo que seria os dez pontos.
38.	Então, cada avaliação vale um ponto, e você soma no final?	É, somatório. Eu não faço nada assim ... fazendo 6, 7 avaliações para depois dividir por sete. Eu só somo porque elas valem pequenas partes, elas não valem 10 pontos cada uma. Vale um ponto, meio. Eu faço ... negocio com eles. Olha esse trabalho ... Agora eu estou dando estatística, aí eu pedi para eles se organizarem em grupos de 4 e dei um tema sobre mortalidade infantil no Brasil. Eles têm que pesquisar em quais regiões, aonde tem maior índice de mortalidade, sobre drogas, sobre violência urbana, sobre cesta básica, os alimentos procurados, quais as porcentagens de farinha de trigo, de arroz, de feijão ... Tem que fazer o gráfico. Eu dei hoje mais ou menos o que eu quero no trabalho e vou dar quinze dias de espaço para eles elaborarem. Então, cada grupo vai à frente (dá 10 grupos) ... Eu estou propondo, não elaboraram ainda ... mas, eles estão empolgadíssimos. Também drogas, doenças sexualmente transmissíveis ... E daí eu estou trabalhando junto, os temas transversais ...
39.	É por aí.	Eles acham interessante. Nossa professora ... essa matemática não parece com a matemática que nós tivemos... tem que inovar, né?
40.	O que você acha de introduzir o computador, quero dizer ... de você começar a trabalhar a matemática com o computador?	Eu estou comprando um computador para poder trabalhar em casa.
41.	Você não tem nenhuma noção? Você não faz nada no computador?	Eu só sei datilografia. A única coisa que eu aprendi no meu tempo. Meu filho faz e eu vou lá do lado dele. Eu só olho o que ele faz. Tem Internet. Ele consulta a Internet e eu estou do lado dele olhando o que ele faz. Mas eu mesmo não pego.

ANEXO 6

RELATÓRIO DO GT8 (Grupo de Trabalho de Avaliação em Educação Matemática)

VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - VII ENEM

Realizado na UFRJ, no Rio de Janeiro em Julho/2001[i]

O grupo de trabalho se reuniu em três momentos e as atividades foram coordenadas pelas professoras Maria Tereza Carneiro Soares (Curitiba, Paraná, UFPR) e Vânia Maria Santos-Wagner (Rio de Janeiro, UFRJ). Tivemos reuniões nos dias 20, 21 e 23/7/01. No dia 20/7/01 contamos com a participação de 43 colegas de diversos locais, no dia 21/7/01 compareceram 28 colegas, e no dia 23/7/01 compareceram 11 colegas. Eu, professora Vânia Maria Santos-Wagner, fiquei até o final da sessão do dia 23/7/01 e fiquei responsável pela elaboração e divulgação deste relatório para os participantes do GT, para a professora Regina Buriasco - coordenadora do GT, e para a SBEM Nacional. (...) No dia 21/7/01 tivemos o segundo dia de atividades do GT com a apresentação de dois trabalhos: a) de Selma Kozel e b) de Luciana Arruda e Maria Isabel Ortigão. A professora Selma Kozel apresentou o seu trabalho de pesquisa realizado em uma escola pública de Curitiba em sua pesquisa para o curso de mestrado na Universidade Santa Úrsula (RJ). Este trabalho ainda está em fase de desenvolvimento e ela apresentou algumas idéias de como é possível avaliar a evolução dos processos de aprendizagem em matemática, através do uso de várias planilhas de observação e registros feitos pelo professor e pelo aluno. (...) A professora Selma Kozel falou sobre o trabalho que vem desenvolvendo junto a Secretaria Municipal de Educação do Rio de Janeiro (SME/RJ) de usar um instrumento diferenciado de avaliação. Ela tem compartilhado com alguns professores em ações de formação continuada de curta duração o que tem desenvolvido em suas turmas em Curitiba. São idéias e instrumentos que ela está usando para o seu trabalho de pesquisa de mestrado, conforme ela nos relatou no dia 21/7. Ela disse que talvez precisemos tomar a iniciativa de experimentarmos este tipo de instrumento de avaliação que procura comparar cada aluno com ele próprio e que procura registrar e acompanhar o processo de evolução dos alunos. Este instrumento não está preocupado em identificar os melhores e os piores alunos, nem está preocupado em comparar os alunos entre si ou em estabelecer uma curva normal para as notas e/ou conceitos atribuídos aos alunos. Talvez como ela disse, é preciso que nós tomemos a iniciativa de fazer estas mudanças no foco e forma de avaliar os alunos, que precisemos utilizar este instrumento que estou propondo ou outro em algumas escolas e ter algum retorno dos professores que tenham tentado estas alterações sobre o que ocorreu, o que descobriram, onde ocorreram dificuldades, como os alunos e os responsáveis encararam estas mudanças em avaliação, etc. Eu, professora Vânia, comentei que será também preciso auxiliar e informar os professores que procurem fazer tais experimentos de formas diferenciadas para fazer os registros sobre o que planejaram executar, o que de fato aconteceu, e dos resultados e interpretações feitos durante todos os procedimentos e etapas vivenciadas em sala de aula. Se nós não fornecermos algumas dicas e idéias para os professores e lhes oferecermos algum suporte intelectual e emocional como já foi dito antes vai ser difícil que outros colegas professores queiram e possam experimentar as mudanças propostas pela professora Selma.

---

[i] Este relatório foi feito por professora Vânia Maria Santos-Wagner. Por uma série de imprevistos e problemas que ocorreram comigo desde agosto/2001 só estou podendo encaminhar este relatório para a SBEM agora em 15/03/2002. Eu fiquei responsável por tal tarefa e acabei atrapalhando os outros colegas pela demora em enviar o relatório completo. Este relatório está sendo divulgado só agora, em março/2002, para a professora Regina Buriasco, que é a coordenadora do GT de avaliação da SBEM e que não pode comparecer ao VII ENEM/2001. Este relatório está sendo divulgado como combinado também só agora para a professora Maria Tereza Carneiro Soares que coordenou junto comigo as 3 sessões de atividades desenvolvidas pelo GT de avaliação no VIIENEM/2001 e para os participantes do grupo que consegui obter os E-mails.

ANEXO 7

ROTEIROS DAS ATIVIDADES referentes a oito atividades realizadas no CURSO: *ENSINANDO GEOMETRIA COM O SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE*

ATIVIDADE 1 – 28/09/2001

ASSUNTO: Ângulos: elementos e propriedades

OBJETIVOS:

- Investigar invariantes[1] ao explorar o movimento dos objetos construídos: ponto médio e mediatriz;
- Realizar construções geométricas simples envolvendo pontos, segmentos, semi-retas e retas concorrentes ou perpendiculares;
- Estabelecer relações entre os ângulos formados pela construção.

1. Crie um ponto A
2. Crie um segmento AB. Meça e movimente suas extremidades (A ou B).
3. Obtenha M, ponto médio de AB. Meça os segmentos AM e MB.
4. Movimente os pontos A ou B.

5. Você pode movimentar M? Por que?

   ....

6. Como você definiria Ponto Médio?

   ....

7. A reta perpendicular que passa no ponto médio de um segmento chama-se <u>Mediatriz</u>. Construa a mediatriz de AB.

---

[1] O termo *invariantes* refere-se a propriedades intrínsecas aos objetos construídos.

8. Verifique se a reta construída é perpendicular, medindo os ângulos formados pela mediatriz e o segmento AB, e movimentando as extremidades do segmento ou a reta. *Se não for, refaça a construção.*
9. No mesmo arquivo, crie outro segmento CD.
10. Coloque na sua construção um ponto E que pertença a CD (ponto sobre objeto). Movimente E, C e D.
11. Crie uma reta r concorrente a CD no ponto E.
12. Meça os ângulos formados pela construção e movimente (reta e segmento).
13. O movimento torna evidente alguma propriedade? Qual?

    ....

14. Faça marcas iguais nos ângulos que mostram esta propriedade.
15. Salve este arquivo no disquete como: <u>ÂNGULOS</u> e feche o arquivo.

ATIVIDADE 2 - 28/09/2001 - PROEM[2]

ASSUNTO: Bissetriz de um ângulo

OBJETIVO:

- Explorar um objeto construído (CAIXA PRETA) e através de suas propriedades escrever uma definição;
- Construir um ângulo e a sua bissetriz.

1. Abra o menu3.men.
2. Abra o arquivo ativ3.fig.
3. Construa dois segmentos PA e AI que representem o menor caminho entre o ponto A e cada um dos lados do ângulo.
4. Meça os segmentos PA e AI.
5. Meça a distância de P a O e de O a I.
6. Ao movimentar o ponto A, o que você observa em relação aos segmentos?

   ....

7. Ao movimentar o ponto A, o que você observa em relação aos triângulos POA e OIA?

   ....

8. Meça os ângulos PÔA e AÔI. Movimente A.
9. Obtenha o rastro do ponto A. Para isso, ative a opção "Rastro" e movimente o ponto.
10. Os pontos desse rastro formam qual objeto geométrico?

   ....

---

[2] Atividade proposta em – Geometria Plana com Cabri - Géomètre: diferentes metodologias, p. 15-16

11. Trace esse objeto utilizando as opções do menu.

12. Esse objeto geométrico é chamado Bissetriz do ângulo POI. Como você explicaria para um colega o que é Bissetriz de um ângulo?

....

ATIVIDADE 3 – 19/10/2001 - PROEM[3]

ASSUNTO: Triângulos: Propriedades dos ângulos internos e externos

OBJETIVOS:

- Verificar experimentalmente a propriedade: "A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180";
- Verificar experimentalmente a propriedade: "A medida de um ângulo externo de um triângulo qualquer é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele".

1. Construa um triângulo LUZ.
2. Meça os ângulos ZLU, LUZ e UZL.
3. Trace a reta t passando por L e paralela ao segmento UZ.
4. Construa dois pontos sobre a reta t de modo que L esteja entre eles. Marque e meça os ângulos formados pela reta t e os segmentos LU e LZ.

5. Movimentando o triângulo, o que você observa?

....

6. Use a calculadora e soma as medidas dos ângulos do triângulo LUZ. Quanto encontrou?

....

7. Movimente. O resultado vale para qualquer triângulo?

....

8. Crie a reta UZ.

---

[3] Adaptação da atividade T8 proposta em – Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri - Géomètre, p. 33-34.

9. Coloque um ponto P sobre a reta UZ para marcar um <u>Ângulo Externo</u> ao triângulo no vértice Z. Meça o ângulo.

10. Movimentando o triângulo, compare o ângulo externo com os ângulos ZLU e LUZ. Você verificou a existência de invariantes (propriedades desta figura construída)? Relate as suas observações.

....

....

....

....

11. Salve o seu arquivo no disquete como Triângulo – propriedades, e feche.

ATIVIDADE 4 - 19/10/2001 - PROEM[4]

ASSUNTO: Triângulos “Isósceles” - propriedades

OBJETIVO:

- Construir um triângulo isósceles através de suas características;
- Demonstrar uma propriedade do triângulo isósceles e verificar a sua recíproca, através da figura construída.

PARTE 1

1. Construa um triângulo isósceles LUA de base LU?
2. Trace a mediana AI relativa à base.
3. Compare os triângulos LAI e UAI. Cada lado do triângulo LAI tem um correspondente congruente no triângulo UAI. Ligue-os:

LA	AU
AI	IU
LI	IA

4. Porque os triângulos LAI e UAI são congruentes?

    ....

5. Dessa congruência podemos tirar relações entre os ângulos correspondentes. Quais são?

    ....

6. Qual é a relação da semi-reta AI com o ângulo LAU? Por quê?

    ....

[4] Atividade 05, proposta em – Geometria Plana com Cabri-Géomètre: diferentes metodologias, p. 19-20

7. De tipos são os ângulos LIA e AIU? Por quê?

   ....

8. Qual a relação entre os segmentos AI e LU? Por quê?

   ....

9. De tudo isso se pode concluir que o segmento AI, além de mediana, é também do triângulo LUA.

   ....

PARTE 2

1. Construa um triângulo qualquer OBA.
2. Construa a altura relativa ao lado BA.
3. Construa a bissetriz do ângulo BÔA.
4. Construa a mediana relativa ao lado BA.
5. Movimente um dos vértices do triângulo OBA.
6. A altura, a bissetriz e a mediana construídas coincidem num triângulo qualquer?

   ....

7. Se não coincidem, em que tipo de triângulo isso acontece?

   ....

ATIVIDADE 5 – 09/11/2001 - PROEM[5]

ASSUNTO: Pontos Notáveis do Triângulo: Baricentro, Circuncentro, Incentro e Ortocentro.

OBJETIVOS:

- Investigar através da construção das medianas, mediatrizes, bissetrizes e alturas de um triângulo qualquer, as propriedades que determinam os pontos notáveis;
- Verificar experimentalmente as propriedades do Baricentro, do Circuncentro, do Ortocentro e do Incentro de um triângulo qualquer.

1. Construa um triângulo PUC.
2. Considerando que a mediana de um triângulo é o segmento que une o vértice ao ponto médio do lado oposto desse triângulo, quantas medianas têm um triângulo?

   ....

3. Construa as medianas do triângulo do triângulo PUC: PE, CA e UM.
4. Movimente a figura e descubra uma propriedade comum às medianas.

   ....

5. O Baricentro (ou centro de gravidade) de um triângulo é o ponto de intersecção de suas medianas. Encontre-o e nomeie-o como G.
6. O ponto G é sempre interior ao triângulo? Investigue em quais situações isso acontece ou não.

   ....

7. Qual a relação entre as medidas dos segmentos PG e GE? Existe uma relação análoga para as outras medianas? ....

[5] Adaptação das atividades T1, T2, T3 e T4 propostas em – Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri - Géomètre, p. 19-26.

8. Valide as suas respostas.
9. Construa as mediatrizes dos lados do triângulo PUC.
10. Quais as diferenças entre medianas e mediatrizes?

    ....

11. Em que situações a mediana está contida na mediatriz correspondente?

    ....

12. Movimente a figura e descubra uma propriedade comum às mediatrizes.

    ....

13. O circuncentro de um triângulo é o ponto de intersecção de suas mediatrizes. Encontre-o e nomeie como D.
14. O ponto D é sempre interior ao triângulo? Investigue em quais situações isso acontece ou não.

    ....

15. O ponto D pode estar sobre um dos lados? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

    ....

16. O ponto D pode ser um dos vértices? Em quais condições?

    ....

17. Crie os segmentos que unem os vértices do triângulo ao ponto D. Qual a propriedade desses segmentos?

    ....

18. Construa a circunferência de centro D passando por P. Quais as propriedades dessa circunferência?

    ....

19. Esconda as retas e a circunferência.

20. Construa a reta que passa por P e é perpendicular ao lado UC. Faça o mesmo com os demais vértices.
21. Movimente a figura e descubra uma propriedade comum a estas retas.

    ....

22. O ortocentro de um triângulo é o ponto de intersecção dessas retas. Encontre-o e nomeie-o O.
23. O ponto O é sempre interior ao triângulo? Investigue em quais condições isso acontece ou não.

    ....

24. O ponto O pode estar sobre um dos lados? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

    ....

25. O ponto O pode ser um dos vértices? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

    ....

26. Esconda as retas.
27. Construa as bissetrizes dos ângulos internos.
28. Movimente a figura e descubra uma propriedade comum a todas as bissetrizes.

    ....

29. O incentro de um triângulo é o ponto de intersecção dessas bissetrizes. Encontre-o e nomeie-o E.
30. O ponto E é sempre interior ao triângulo? Investigue em quais condições isso acontece ou não.

    ....

31. O ponto E pode estar sobre um dos lados? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

    ....

32. O ponto E pode ser um dos vértices? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

    ....

33. Construa a Projeção Ortogonal do ponto E sobre os três lados e nomeie-os S, O, L.

34. Crie os segmentos ES, EL e EO. Pinte-os de vermelho e esconda as retas.

35. Qual a relação entre as medidas desses segmentos?

    ....

36. Construa a circunferência de centro E passando por L. Quais as propriedades dessa circunferência?

    ....
    ....
    ....

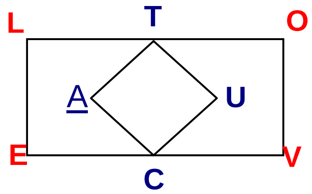
37. Salve este arquivo no disquete com o nome de PONTOS NOTÁVEIS.

ATIVIDADE 6 – 09/11/2001 - PROEM[6]

ASSUNTO: Quadriláteros: Paralelogramo e Retângulo

OBJETIVOS:

- Investigar as propriedades das figuras construídas para identificar e classificar estes quadriláteros;
- Verificar experimentalmente qual é a relação existente entre o retângulo e o paralelogramo;
- Construir e descrever a construção de um paralelogramo a partir do retângulo.



a. Abra o arquivo Q1. FIG.

b. Sem movimentar a figura escreva as características do quadrilátero LOVE.

....

c. Sem movimentar a figura escreva as características do quadrilátero TUCA.

....

d. Movimente a figura. Investigue as propriedades do quadrilátero LOVE. O que você observa com relação aos lados desse quadrilátero? E quanto aos ângulos?

....

e. Investigue as propriedades do quadrilátero TUCA. O que você observa com relação aos lados desse quadrilátero? E quanto aos ângulos?

....

---

[6] Atividade Q1 proposta em – Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri - géomètre, p. 40-41.

f. Você confirma as respostas dadas nos itens (2) e (3)?

....

g. Como você classificaria o quadrilátero LOVE?

....

h. Como você classificaria o quadrilátero TUCA?

....

i. O quadrilátero TUCA foi obtido a partir do quadrilátero LOVE. Descreva como o quadrilátero TUCA foi construído.

....

ATIVIDADE 7 – 30/11/2001 - PROEM[7]

ASSUNTO: Quadriláteros: Quadrado, Retângulo, Paralelogramo, Trapézio, Losango.

OBJETIVOS:

- Identificar a que classes pertencem os quadriláteros construídos, através da verificação de suas propriedades;
- Investigar as propriedades das diagonais dos quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio e losango e verificar as relações existentes entre eles.

a. Abra o arquivo Q4. FIG.

b. Movimentando os quadriláteros JOSE e XICA, o que você observa?

....

c. Os dois quadriláteros pertencem a uma mesma classe de figuras? Em caso afirmativo, qual classe?

....

d. Trace as diagonais dos dois quadriláteros. Determine os pontos de intersecção das diagonais, nomeando-os H no quadrilátero José e M no quadrilátero XICA.

e. Meça todos os ângulos e segmentos dos dois quadriláteros.

f. Quais as características das diagonais do quadrilátero JOSÉ?

....

g. Quais as características das diagonais do quadrilátero XICA?

....

[7] Atividade Q4 proposta em – Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri- Géomètre, p. 46-47.

h. Movimente XICA até que pareça um retângulo. Quais as características das diagonais, nesse caso particular?

....

i. Movimente XICA até que pareça um losango. Quais as características das diagonais, nesse caso particular?

....

j. Movimente XICA até que pareça um quadrado. Quais as características das diagonais, nesse caso particular?

....

ATIVIDADE 8 – 30/11/2001

ASSUNTO: Quadriláteros: Quadrado, Retângulo, Paralelogramo, Trapézio, Losango.

OBJETIVOS:

- Realizar a construção de quadriláteros utilizando para isso as suas propriedades;
- Investigar as relações existentes entre as figuras construídas.

1. Construa os seguintes quadriláteros: quadrado, retângulo, losango, trapézio e paralelogramo.
2. Quais foram as propriedades utilizadas na construção? Descreva o seu método.

   ....

3. Salve este arquivo com o nome de QUADRILÁTEROS.

ANEXO 8

RESPOSTAS ESCRITAS DOS ALUNOS (com análise e comentários do pesquisador), resultantes dos roteiros das atividades desenvolvidas no Curso: *Ensinando Geometria com o software Cabri-Géomètre.*

ATIVIDADE 1 – 28/09/2001

ASSUNTO: Ângulos: elementos e propriedades

OBJETIVOS:

- Investigar invariantes[1] ao explorar o movimento dos objetos construídos: ponto médio e mediatriz.
- Realizar construções geométricas simples envolvendo pontos, segmentos, semi-retas e retas concorrentes ou perpendiculares;
- Estabelecer relações entre os ângulos formados pela construção.

1. Crie um ponto A
2. Crie um segmento AB. Meça e movimente suas extremidades (A ou B).
3. Obtenha M, ponto médio de AB. Meça os segmentos AM e MB.
4. Movimente os pontos A ou B.

5. Você pode movimentar M? Por que?

(Nesta questão pretende-se investigar quais são as relações que o aluno estabelece ao construir, visualizar e movimentar a figura. Como ele percebe o conceito de ponto médio através da construção realizada e da exploração dos movimentando nas extremidades do segmento AB)

[1] O termo *invariantes* refere-se a propriedades intrínsecas aos objetos construídos.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Não, pois é ponto calculado entre A e B sendo a metade, ponto M pertence ao segmento. Se criar um ponto sobre o segmento AB, vai pertencer ao segmento.	
3.		
4.	Não, porque ele é o ponto médio sobre o segmento ($\overline{AB}$).	
5.	Não porque depende das extremidades, do segmento.	
6.	Não: sempre está no meio do segmento	
7.	Não, porque é o centro da semi-reta	
8.		
9.	Não. Porque é ponto médio.	
10.		
11.	Não, pois M está ligado à medida do segmento, se o ponto M pudesse ser movimentado este deixaria de ser ponto médio	
12.	Não, pois ele é o ponto médio do segemento ($\overline{AB}$)	
13.	Não – Porque sendo ponto médio ele está a mesma medida de A e B e pertence ao seg.	
14.	Não	
15.	Não. Porque é ponto médio.	
16.	Porque M é o ponto médio do segmento AB, e está em função.	
17.		
18.		Não respondeu
19.		

6. Como você definiria Ponto Médio?

(Espera-se que o aluno escreva uma definição que mostre como ele compreende "ponto" e "médio". Ou ainda com mais rigor, por exemplo: "Um ponto B é chamado ponto médio de um segmento $\overline{AC}$ se B está entre A e C, e AB = BC"[2]*.)*

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	É o ponto que fica exatamente no meio do segmento AB e pertence ao segmento.	
3.		
4.	A metade do segmento, no caso ($\overline{AB}$), ou seja uma distância eqüidistante de ($\overline{AB}$)	
5.	É o ponto que fica eqüidistante com as extremidades	
6.	Ponto onde é traçada a mediatriz - é o meio do segmento - também é fixo.	
7.	Pto médio, irei medir o segmento, e depois achar o pto médio. È o meio entre os extremos.	
8.		
9.	É a metade de um segmento.	
10.		
11.	É o ponto que divide a medida de um segmento em duas medidas iguais.	
12.	É a distância entre um segemento dividos por2	
13.	É o ponto do segmento que está eqüidistante das extremidades do segmento.	
14.	É a metade de um segmento	
15.	Como sendo a metade de um segmento.	
16.	É um ponto no segmento de reta que está eqüidistante dos extremos do segmento de reta	

[2] Definição de Ponto médio segundo Moise Downs, em Geometria Moderna – Parte I, pg 39.

17.		
18.		Não respondeu
19.		

7. A reta perpendicular que passa no ponto médio de um segmento chama-se *Mediatriz*. Construa a mediatriz de AB.
8. Verifique se a reta construída é perpendicular, medindo os ângulos formados pela mediatriz e o segmento AB, e movimentando as extremidades do segmento ou a reta. *Se não for, refaça a construção*.
9. No mesmo arquivo, crie outro segmento CD.
10. Coloque na sua construção um ponto E que pertença a CD (*ponto sobre objeto*). Movimente E, C e D.
11. Crie uma reta r concorrente a CD no ponto E.
12. Meça os ângulos formados pela construção e movimente (reta e segmento).

13. O movimento torna evidente alguma propriedade? Qual?

*(Esta questão refere-se a construção e medida dos ângulos formados por uma reta **r** concorrente ao segmento **CD** no ponto **E**. Pretende-se que o aluno conclua e enuncie a propriedade de ângulos opostos pelo vértice: "Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes")*

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Ângulos de mesma medida	Ao medir os ângulos na questão anterior, escreve: *Propriedade de ângulo oposto tem a mesma medida.*
3.		
4.	Os ângulos opostos ao vértice são iguais	
5.	Ângulos opostos pelo vértice são iguais	Na questão 11 (Crie uma reta concorrente a CD no ponto E) escreve: *concorrente é quando se cruzam duas retas em comum.*

6.	A soma dos 4 ângulos formam 360º. Ângulos opostos são semelhantes, opostos pelo vértice	
7.	Qdo movimenta a semi-reta os ângulos mudam. O ângulo CÊT é congruente ao ângulo DÊG. O ângulo DÊT é congruente ao ângulo CÊG.	
8.		
9.		Não respondeu
10.		
11.	Qualquer que seja o movimento da reta ou do segmento há dois ângulos que terão sempre o mesmo valor.	
12.	Os ângulos opostos ao vértice são iguais.	
13.	Ângulos opostos pelo vértice são iguais.	
14.		Não respondeu
15.		Não respondeu
16.	Ângulos opostos pelo vértice	
17.		
18.	Ângulos opostos pelo vértice tem a mesma medida.	
19.		

14. Faça marcas iguais nos ângulos que mostram esta propriedade.
15. Salve este arquivo no disquete como: **ÂNGULOS** e feche o arquivo.

ATIVIDADE 2 - 28/09/2001 - PROEM[3]

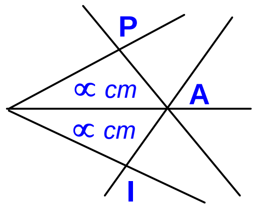
ASSUNTO: Bissetriz de um ângulo

OBJETIVO:

- Explorar um objeto construído (CAIXA PRETA) e através de suas propriedades escrever uma definição;
- Construir um ângulo e a sua bissetriz.

1. Abra o menu3.men.
2. Abra o arquivo ativ3.fig.
3. Construa dois segmentos **PA** e **AI** que representem o menor caminho entre o ponto **A** e cada um dos lados do ângulo.

*(A aluna **2**, registrou a sua construção: "Traça duas perpendiculares do ponto A até as duas semi-reta") (A aluna **15** fez uma anotação: "Perpendicular".) (A aluna **5** sentiu necessidade de desenhar no papel o que iria construir na tela do computador e apresentou o esboço ao lado. Além disso anotou como seria a construção no Cabri: "Perpendicular – clica no **A** SHIFT - clica na semi-reta")*



4. Meça os segmentos **PA** e **AI**.

*(A aluna **2**, continua registrando o que está pensando: "Os dois segmentos tem a mesma medida")*

5. Meça a distância de **P** a **O** e de **O** a **I**.

*(A aluna **2**, reforça o seu raciocínio: "Tem a mesma medida".) (A aluna **15**, registrou as medidas que estavam sendo mostradas naquele momento na tela do computador: 9,26 cm e 9,26 cm.)*

6. Ao movimentar o ponto A, o que você observa em relação aos segmentos?

(O ponto A na construção é um ponto que pertence a reta – bissetriz do ângulo formado pelos segmentos PA e AI)

---

[3] Atividade proposta em – Geometria Plana com Cabri - Géomètre: diferentes metodologias, p. 15-16

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	As medidas acompanham o ponto A, e seram sempre iguais.	
3.		
4.		
5.	Apresentam a mesma medida	
6.		
7.	Diminui somente a medida do segmento PA e PL ou aumenta, mas a medida de P a O e de P a L continua a mesma.	
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.	Os segmentos congruentes	
14.		Não respondeu
15.	Congruentes	
16.		
17.		
18.		
19.		

7. Ao movimentar o ponto A, o que você observa em relação aos triângulos POA e OIA?

(O ponto A na construção é um ponto que pertence a reta – bissetriz do ângulo formado pelos segmentos PA e AI)

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Mantem sempre a mesma medida	
3.		
4.		
5.	Segmentos congruentes	
6.		
7.	Fica a mesma medida	
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.	2 triângulos retângulos iguais	
14.	Segmentos congruentes	
15.	Ângulos congruentes	
16.		
17.		
18.		
19.		

8. Meça os ângulos PÔA e AÔI. Movimente A.

*(A aluna **2** continua registrando o seu raciocínio: "Os ângulos serão sempre iguais".)*

9. Obtenha o rastro do ponto A. Para isso, ative a opção "Rastro" e movimente o ponto.

*(A aluna **15** fez a seguinte anotação: Rasteando-se os pontos aumentam ou diminum por iguais e formam um sigmento)*

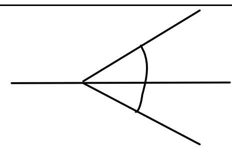
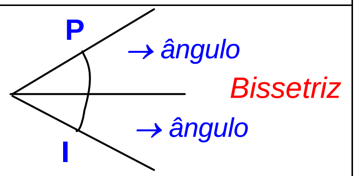
10. Os pontos desse rastro formam qual objeto geométrico?

(O objeto construído é a bissetriz do ângulo)

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	É a bissetriz	
3.		
4.		
5.	Bissetriz $\rightarrow$ ângulos iguais	
6.		
7.	Uma reta de círculos, que é a bissetris	
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.	Bissetriz	
14.	Bissetriz	
15.	Bissetriz	
16.	Bissetriz	
17.		
18.		
19.		

11. Trace esse objeto utilizando as opções do menu.

12. Esse objeto geométrico é chamado Bissetriz do ângulo POI. Como você explicaria para um colega o que é Bissetriz de um ângulo?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	É uma semi-reta, formada entre o ângulo, formada por duas retas, sendo a metade das medidas.	
3.		
4.		
5.	Divide o ângulo em 2 partes iguais	
6.		
7.	É uma reta que liga o pto O ao pto A	
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.	A semi-reta com origem no vértice que divide um ângulo em 2 partes iguais.	
14.	Bissetriz é o segmento que divide o ângulo e dois ângulos iguais	Fez o seguinte desenho na folha 
15.	Tem ângulos perpendiculares com medidas iguais.	Fez o seguinte desenho na folha 
16.		
17.		
18.		
19.		

13. Selecionar Arquivo Novo.

14. Construa um ângulo com duas semi-retas de mesma origem.

15. Construa a bissetriz desse ângulo.

ATIVIDADE 3 – 19/10/2001 - PROEM[4]

ASSUNTO: Triângulos - Propriedades dos ângulos internos e externos

OBJETIVOS:

- Verificar experimentalmente a propriedade: *“A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180”*;
- Verificar experimentalmente a propriedade: *“A medida de um ângulo externo de um triângulo qualquer é igual à soma das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele”*.

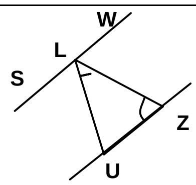
1. Construa um triângulo LUZ.
2. Meça os ângulos ZLU, LUZ e UZL.
3. Trace a reta t passando por L e paralela ao segmento UZ.
4. Construa dois pontos sobre a reta t de modo que L esteja entre eles. Marque e meça os ângulos formados pela reta t e os segmentos LU e LZ.

5. Movimentando o triângulo, o que você observa?

(A questão refere-se aos ângulos formados pela reta que passa pelo vértice L e é paralela a base do triângulo LUZ)

Alunos	**Respostas**	**Análise e Comentários - meus**
1.		
2.	Que a soma dos ângulos internos é 180° em qualquer tipo de triângulo.	
3.		
4.	O ângulo LUZ = ALU e ZLU = BLZ	

[4] Adaptação da atividade T8 proposta em – Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri - Géomètre, p. 33-34.

5.	Que o ângulo ALZ e BLU são iguais aos ângulos internos do triângulo LZU e LUZ, respectivamente.	
6.		
7.	Muda os ângulos, mas a soma é 180º	
8.	Os ângulos formados pela reta T e os segmentos LU e LZ são iguais.	
9.		
10.	Que temos ângulos alternos internos, graças às duas retas paralelas e ao segmento (lado do triângulo) transversal	Este foi o único aluno que “pensou” e usou a terminologia correta para ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.
11.		
12.	Movimentando o triângulo a reta movimenta-se junto e o ângulo interno é igual ao externo (ângulo ALU = LUZ e BLZ = UZL)	
13.	O ângulo LZU = WLZ e o ângulo LUZ = SLU	A aluna representou o que queria dizer através do desenho: 
14.	A reta T continua sendo paralela ao segmento UZ.	
15.	O ângulo LUZ = ALU	
16.	Os ângulos construídos no item 4, são iguais ao angulos internos	
17.		
18.	Que o ângulo L Z são iguais interno e externo e L,U também	
19.	Que não importa a direção que você mova o triângulo ele não altera.	

6. Use a calculadora e soma as medidas dos ângulos do triângulo LUZ. Quanto encontrou?

(A questão refere-se aos ângulos formados pela reta que passa pelo vértice L e é paralela a base do triângulo LUZ)

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	180°	
3.		
4.	180°	
5.	180°	
6.		
7.	180º	
8.	179,92°	Provavelmente a aluna não realizou a construção corretamente (verificar em disco)
9.		
10.	180°	
11.		
12.	180°	
13.	180°	
14.	180°	
15.	180°	
16.	180°	
17.		
18.	180°	
19.	180°	

7. Movimente. O resultado vale para qualquer triângulo?

(A partir da resposta da questão anterior e com a observação do movimento, espera-se que os alunos concluam, que experimentalmente é válida a propriedade *"A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180°")*

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Sim	
3.		
4.	Sim	
5.	Sim	
6.		
7.	Sim. Muda os ângulos mas a soma dos ângulos internos é 180º.	
8.	Sim	
9.		
10.	Sim. Porque para qualquer triângulo a soma dos ângulos vale 180°.	
11.		
12.	Sim	
13.	Sim	
14.	Sim	
15.	180°	
16.	Sim	
17.		
18.	Sim, os valores mudam mas continua 180°.	
19.	Sim	

8. Crie a reta UZ.

9. Coloque um ponto P sobre a reta UZ para marcar um **Ângulo Externo** ao triângulo no vértice Z. Meça o ângulo.

10. Movimentando o triângulo, compare o ângulo externo com os ângulos ZLU e LUZ. Você verificou a existência de invariantes (propriedades desta figura construída)? Relate as suas observações.

(Espera-se que o aluno observe e conclua que a medida do ângulo externo é igual a soma dos dois ângulos internos de LUZ, não-adjacentes)

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Que o ângulo interno é menor que 90° graus e o externo é um ângulo obtuso. A soma dos ângulos internos do triângulo qualquer da 180°.	
3.		
4.	A soma dos ângulos externos somados é igual a 180°, ou seja a soma interna dos ângulos do triângulo = a soma externa dos ângulos	
5.	A soma dos dois ângulos externos e a soma e a soma dos ângulos internos do triângulo são 180°. A soma dos dois ângulos internos opostos ao ângulo Z é igual ao ângulo externo.	A aluna registrou o "seu raciocínio", da seguinte forma: 69,6 58,1 127,7
6.		
7.	A medida que vou mexendo eu observo que o ângulo a+b = ao ângulo externo do triângulo.	
8.	Ñ deu certo	
9.		
10.	A soma dos ângulos ZLU e LUZ é igual ao ângulo externo	
11.		
12.	O ângulo externo é igual a soma dos dois ângulos internos, os dois ângulos externos somados formam 180°	

13.	ZLU + LUZ = Ângulo externo	
14.	Movimentando o triângulo os ângulos e alteram, mas sempre a soma se dará 180°.	
15.	O ângulo externo é igual a soma dos dois angulos internos – somando os angulos internos será igual a 180°.	
16.	→ A soma dos dois ângulos internos (ZLU e LUZ) é igual ao ângulo externo → A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180° → Ângulos Alternos são iguais	
17.		
18.	A soma dos ângulos internos é igual a soma dos ângulos externos.	A aluna registrou a explicação que o "Ângulo Externo" Z → fora do triângulo.
19.	ZLU e LUZ é igual ao ang. interno	

11. Salve o seu arquivo no disquete como Triângulo – propriedades, e feche.

ATIVIDADE 4 - 19/10/2001 - PROEM[5]

ASSUNTO: Triângulos "Isósceles" - propriedades

OBJETIVO:

- Construir um triângulo isósceles através de suas características;
- *Demonstrar uma propriedade do triângulo isósceles e verificar a sua recíproca, através da figura construída*

PARTE 1

1. Construa um triângulo isósceles LUA de base LU?

(Esta construção gerou discussão. Muitos construíram inicialmente um triângulo qualquer e tentaram "acertar" para que tivessem lados com medidas iguais. Muitos optaram por construir este triângulo a partir de uma mediatriz. Alguns descobriram que poderiam usar o raio de uma circunferência para os lados do triângulo. Alguns relataram as possíveis construções.)

Alunos	**Relatos de construções e observações**	**Análise e Comentários - meus**
1.		
2.		
3.		
4.		Ao realizar a construção pedida, o aluno teve dificuldades em identificar "os vértices dos ângulos". Parecia desconhecer o que significava o termo "vértice" de um ângulo.
5.	Relatou a construção da seguinte forma: → fiz uma base → fiz a mediatriz dessa base	Pesquisou definições e registro como observação na folha: <u>Mediana</u> de um triângulo é o segmento de reta que liga o vértice ao ponto médio do lado oposto.

[5] Atividade 05, proposta em Geometria Plana com Cabri-Géomètre: diferentes metodologias, p.19-20

	→ completei, formando o triângulo	Mediatriz é toda reta perpendicular ao ponto médio de um lado do triângulo.
6.		Não relatou
7.		
8.		Não relatou
9.		
10.		Não relatou
11.		
12.		Registrou a observação: Triângulo "isoceles" tem dois lados iguais (destaque meu).
13.		Não relatou
14.		
15.		
16.	→ Traçamos o segmento de reta LU e traçamos a mediatriz deste segmento. Marcamos o ponto na mediana e traçamos os segmentos. → Traçamos o segmento de reta LU e marcamos o ponto médio. Traçamos uma circunferência com centro no ponto médio, marcamos um ponto sobre a circunferência e o segmento ligando o centro a este ponto, ou marcamos um ponto qualquer na circunferência e ligamos do centro e ao ponto L.	
17.		
18.		
19.		Não relatou

2. Trace a mediana AI relativa à base.

3. Compare os triângulos LAI e UAI. Cada lado do triângulo LAI tem um correspondente congruente no triângulo UAI. Ligue-os: *(Todos os alunos ligaram como o exemplo)*

LA ——— AU

AI IU

LI IA

4. Porque os triângulos LAI e UAI são congruentes?

(Estes triângulos formam-se a partir da construção da mediana AI relativa a base do triângulo LUA)

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.	Porque possuem um AI em comum	
5.	Porque possuem um lado AI em comum, possuem ângulos iguais.	
6.	São congruentes, possui 2 lados e ângulos iguais, porém base diferente	
7.		
8.	Por que tem dois lados iguais com as mesmas medidas e mesmos ângulos	
9.		
10.	Porque “eu” dividi um triângulo isósceles em duas partes iguais pela mediatriz, logo resultou em dois triângulos iguais ou congruentes.	
11.		
12.		
13.	Os lados têm respectivamente os mesmos valores	

14.		
15.		
16.	Porque possuem um lado comum (AI)	
17.		
18.		
19.	Porque tem dois lados iguais com as mesmas medidas e os mesmos ângulos.	

5. Dessa congruência podemos tirar relações entre os ângulos correspondentes. Quais são?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.		Não respondeu
5.	ALI = AUI	
6.		Não respondeu
7.		
8.	ALU e AUL	
9.		
10.	Conclusões: ângulo ALI igual ao ângulo AUI; ângulo LAI = ângulo UAI; ângulo UIA = ângulo AIL; segmento AL igual ao segmento AU.	
11.		
12.		
13.	LAI = UAI; LIA = UIA; ALI = AUI	
14.		
15.		

16.	ALI = AUI; IAL = IAU	
17.		
18.		
19.	AUL e ALU	

6. Qual é a relação da semi-reta AI com o ângulo LAU? Por quê?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.		Não respondeu
5.	É a mediatriz do ângulo	
6.	Forma a bissetriz do ângulo	
7.		
8.	A bissetriz do vértice A	
9.		
10.	O segmento AI é a bissetriz que passa pelo vértice A e divide os ângulos LAI e UAI	
11.		
12.		
13.	É a bissetriz do ângulo LAU porque divide o ângulo em duas partes iguais.	
14.		
15.		
16.	Bissetriz, porque divide o ângulo LAU em dois ângulos iguais.	
17.		
18.		

19.	A bissetriz do vértice A	

7. De tipos são os ângulos LIA e AIU? Por quê?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.	Ângulo reto 90°	
5.	Reto = 90°, porque o segmento é perpendicular a base.	
6.	Formam o ângulo 90º (reto)	
7.		
8.	Ângulos retos	
9.		
10.	São ângulos retos, porquê o segmento AI é perpendicular ao segmento LU (mediana).	
11.		
12.		
13.	Retos (90°), porque a reta que passa pelo ponto I é perpendicular a base LU.	
14.		
15.		
16.	Retângulos, porque possuem um ângulo reto	
17.		
18.		
19.	Ângulos retos	

8. Qual a relação entre os segmentos AI e LU? Por quê?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.		Não respondeu
5.	Possuem o mesmo tamanho, porque foram “separados” pelo ponto médio.	
6.	É a mediatriz, divide LU ao meio	
7.		
8.	Porque são perpendiculares	
9.		
10.	São perpendiculares	
11.		
12.		
13.	AI é a mediana do segmento LU – são perpendiculares	
14.		
15.		
16.	Perpendiculares, porque formam um ângulo de 90°	
17.		
18.		
19.	São perpendiculares – Ang. Alternos – Ang. internos	

9. De tudo isso se pode concluir que o segmento AI, além de mediana, é também ... do triângulo LUA.

(Espera-se que o aluno conclua que AI é mediana e também a altura do triângulo, isto é, num triângulo isósceles a mediana e a altura coincidem)

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.	Altura	
5.	Altura	
6.	Mediatriz	
7.		
8.	Altura	
9.		
10.	Altura	
11.		
12.		
13.	Altura	
14.		
15.		
16.	A altura	
17.		
18.		
19.		Não respondeu

PARTE 2

1. Construa um triângulo qualquer OBA.

2. Construa a altura relativa ao lado BA.

3. Construa a bissetriz do ângulo BÔA.

4. Construa a mediana relativa ao lado BA.

5. Movimente um dos vértices do triângulo OBA.

6. A altura, a bissetriz e a mediana construídas coincidem num triângulo qualquer?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.		
14.		
15.		
16.		
17.		
18.		
19.		

7. Se não coincidem, em que tipo de triângulo isso acontece?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.		
14.		
15.		
16.		
17.		
18.		
19.		

ATIVIDADE 5 – 09/11/2001 - PROEM[6]

ASSUNTO: Pontos Notáveis do Triângulo – Baricentro, Circuncentro, Incentro e Ortocentro.

OBJETIVOS:

- Investigar através da construção das medianas, mediatrizes, bissetrizes e alturas de um triângulo qualquer, as propriedades que determinam os pontos notáveis;
- Verificar experimentalmente as propriedades do Baricentro, do Circuncentro, do Ortocentro e do Incentro de um triângulo qualquer.

1. Construa um triângulo PUC.
2. Considerando que a mediana de um triângulo é o segmento que une o vértice ao ponto médio do lado oposto desse triângulo, quantas medianas têm um triângulo?

   (Todos responderam que um triângulo tem 3 medianas)
3. Construa as medianas do triângulo do triângulo PUC: PE, CA e UM.
4. **Movimente a figura e descubra uma propriedade comum às medianas.**

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Sempre terá um ponto de intersecção entre as medianas	
3.		
4.	Formam triângulos congruentes: (PAG ≅ CFG); (PMG ≅ MCG); (UEG ≅ UAG)	
5.	Triângulos congruentes UAG ≅ UEG / ECG ≅ AGP / PMG ≅ CGM	

[6] Adaptação das atividades T1, T2, T3 e T4 propostas em – Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri - Géomètre, p. 19-26.

6.	Obtendo as mediatrizes O baricentro	
7.		
8.	CGM é congruente a CEG	
9.		
10.	Tem um ponto de intersecção; sempre o mesmo $\Rightarrow$ Baricentro	
11.	Sempre haverá um ponto de intersecção das medianas	
12.	Todas elas se cruzam no Baricentro independente do movimento feito.	
13.	O ponto de intersecção delas é sempre o mesmo.	
14.	As medianas se cruzam no baricentro	
15.	Terá um ponto de intersecção	
16.	As medianas sempre se interceptam no mesmo ponto, ou seja, no baricentro	
17.		
18.		
19.	AGU e UGE são congruentes	Colocou o sinal “ ^ ” em G, indicando que AGU e UGE são ângulos

5. O Baricentro (ou centro de gravidade) de um triângulo é o ponto de intersecção de suas medianas. Encontre-o e nomeie-o como G.

(Espera-se que o aluno observe que como G é o centro de gravidade = centro de massa = ponto de equilíbrio, bastam duas medianas para se obter G)

6. O ponto G é sempre interior ao triângulo? Investigue em quais situações isso acontece ou não.

(O aluno deve concluir que se a mediana é um segmento que une o vértice ao ponto médio do lado oposto desse triângulo, logo interna ao triângulo, então G é sempre interior ao triângulo)

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Sim, pois a intersecção das medianas sempre será dentro do triângulo	
3.		
4.		Não respondeu
5.		Não respondeu
6.		Não respondeu
7.		
8.	Sim	
9.		
10.	Se as medianas são sempre internas ao triângulo analogamente o baricentro sempre é interno.	
11.	Sim, pois as medianas são interiores ao triângulo, logo o ponto G que é a intersecção das mesmas, também será.	
12.		Não respondeu
13.	Sim. Sempre interno	
14.	Sim pois está no centro do triângulo	
15.	Sim	Na questão anterior (5), escreveu a observação: (ponto de intersecção)
16.	O Baricentro sempre se encontra no interior do triângulo	
17.		
18.		
19.	Sim	

7. Qual a relação entre as medidas dos segmentos PG e GE? Existe uma relação análoga para as outras medianas?

(Espera-se que o aluno conclua que existe uma relação entre os segmentos PG e GE de 2 para 1, ou seja, o lado maior = 2 vezes o lado menor)

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	PG é maior em relação a GE, mas em todas as medianas em relação ao ponto de intersecção terão a mesma propriedade, se dividir o maior pelo menor sempre dará 2; em qualquer tamanho.	
3.		
4.	PG > GE	Os alunos (4) e (5) estavam um ao lado do outro e "trocavam idéias" sobre as questões
5.	PG > GE	
6.	PG é o dobro do PE	
7.		
8.	PG é o dobro de GE	As alunas (6) e (8) estavam próximos. A aluna (8) apagou a sua resposta e escreveu esta relatada
9.		
10.	PG/GE = valor x Também é válido para UG/GM = x ; CG/GA = x. X = 2,00 cm sempre	
11.	O segmento PG é maior que GE, dividindo o segmento maior pelo segmento menor da mediana resultam sempre os mesmos valores mesmo movendo o triângulo.	
12.	PG e > que EG, sim	
13.	Um é o dobro do outro PG = 2. GE	

	Sim	
14.	Estão na mesma direção O segmento PG é maior que GE	
15.	GE tem a metade da medida de PG Sim existe relação análoga para as outras medianas	
16.	PG é sempre o dobro de GE	
17.		
18.		
19.	PG é o dobro de GE	

8. Valide as suas respostas.
9. Construa as mediatrizes dos lados do triângulo PUC.

10. Quais as diferenças entre medianas e mediatrizes?

Alunos	**Respostas**	**Análise e Comentários - meus**
1.		
2.	Que o ponto de intersecção das mediatrizes se move, e a mediana é fixo. As mediatrizes são retas e as medianas são segmentos.	
3.		
4.	Mediatrizes é toda reta perpendicular ao ponto médio de um lado do triângulo. Mediana é o segmento de reta que liga o vértice ao ponto médio do lado oposto	Estas respostas foram pesquisadas e copiadas do livro “ “ que traz resumos e definições
5.	Mediatriz: reta perpendicular que passa no ponto médio de um segmento. Mediana: segmento que une o vértice ao ponto médio do lado oposto do triângulo. (linhas verdes – medianas)	Os alunos (4) e (5) pesquisaram juntos as definições

6.	Mediatriz = reta perpendicular que passa pelo médio. , mediam = segmento q/ liga o vértice ao ponto médio do lado oposto	
7.		
8.	Mediana é o seg. que une o vértice ao lado oposto no ponto médio. mediatriz $\rightarrow$ (toda a reta perpendicular ao ponto médio)	
9.		
10.	Mediana é um segmento; está ligada a dois pontos. Mediatriz é uma reta; está ligada a um ponto.	
11.	1º) as medianas são segmentos de reta e as mediatrizes são retas	Tive a impressão que a aluna ia listar uma série de diferenças, no entanto começou no 1º e parou por aí.
12.	Verde mediana Rosa mediatriz	
13.	Mediana é o segmento que une o ponto médio do lado de um triângulo ao vértice oposto. Mediatriz é a reta que passa perpendicularmente pelo ponto médio do lado do triângulo.	
14.	Mediatriz – verde Mediana – vermelha As medianas são segmentos no interior do triângulo. As mediatrizes ultrapassam o triângulo	
15.	Medianas – verde Mediana não se move Mediatriz ela se move	Na questão 9, a aluna fez a seguinte anotação: mediatrizes são A, M, E
16.	Mediana liga o ponto médio de um segmento e o vértice oposto, mediatriz é a perpendicular ao segmento que passa pelo ponto médio.	

17.		
18.		
19.	Mediana é o segmento que une o vértice ao ponto médio do lado oposto desse triângulo. Mediatriz é toda perpendicular ao ponto médio	

11. Em que situações a mediana está contida na mediatriz correspondente?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Quando o triângulo PUC for isósceles, intersecção (o ponto) das mediatrizes se juntarem com o ponto de intersecção das medianas formará internamente 6 triângulos retângulos. E se o triângulo PUC for retângulo terá o ponto de intersecção das mediatrizes ficará no ponto médio da hipotenusa. E formará um retângulo e dois triângulos retângulos no interior do triângulo PUC	
3.		
4.	Quando temos um triângulo isósceles, uma mediana e uma mediatriz coincidem; obs; Quando o triângulo é eqüilátero as três coincidem.	
5.	Quando o triângulo é isósceles, uma mediatriz e mediana coincidem, mas se for um triângulo eqüilátero as 3 medianas coincidem com as 3 mediatriz.	
6.	Quando obtemos um triângulo isósceles	
7.		
8.	Quando temos um triângulo isósceles uma mediana e uma mediatriz coincidem.	
9.		

10.	O triângulo PUC é isósceles	
11.	Quando o triângulo for isósceles	
12.	Quando temos um triângulo isósceles uma mediana e uma mediatriz coincidem.	
13.	Quando forma um triângulo equilátero	
14.	Quando temos um triângulo isósceles	
15.	Quando se move a mediatriz, a mediana não se move	
16.	Quando o triângulo for isósceles a mediatriz coincide com a mediana (altura do triângulo)	
17.		
18.		
19.	Quando temos um triângulo isósceles uma mediana e uma mediatriz se coincidem.	

12. Movimente a figura e descubra uma propriedade comum às mediatrizes.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	A resposta está contida na 11	
3.		
4.	O ponto de intersecção das mediatrizes podem ser encontrados no interior e no exterior do triângulo	
5.	* Num triângulo escaleno as mediatrizes podem coincidir num ponto médio * Já num triângulo isósceles, duas mediatrizes coincidem em pontos médios * O ponto de intersecção das mediatrizes podem ser encontrados no interior e fora do Δ	

6.	A intersecção das mediatrizes encontram o circuncentro	
7.		
8.	Elas se coincidem dentro e fora do triângulo	
9.		
10.	Quando o ponto de intersecção das mediatriz está no ponto médio de um dos lados forma-se um triângulo retângulo sendo a hipotenusa o lado que servir de intersecção. E forma-se mediatrizes paralelas aos catetos do ∆ PUC	
11.	Quando o ponto de intersecção das mediatrizes coincide com o ponto médio de um dos lados do triângulo PUC tem-se um triângulo retângulo e os seus catetos ficam paralelos à duas dessas mediatrizes	
12.	O ponto de intersecção entre as mediatrizes se cruzam tanto dentro como fora do triângulo	
13.	Elas tem um ponto de intersecção	
14.	O ponto de intersecção entre as mediatrizes se cruzam tanto dentro como fora	
15.	As mediatrizes são isósceles	
16.	As mediatriz se interceptam em um mesmo ponto	
17.		
18.		
19.	Elas se coincidem dentro e fora do triângulo	

13. O circuncentro de um triângulo é o ponto de intersecção de suas mediatrizes. Encontre-o e nomeie como D.

14. O ponto D é sempre interior ao triângulo? Investigue em quais situações isso acontece ou não.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Não, vai depender da forma do triângulo	
3.		
4.	Não. Em nenhuma situação	
5.	Não. Δ isósceles	
6.	Não, quando temos ângulo obtuso o circuncentro fica fora do Δ	
7.		
8.	Não, em nenhuma situação	
9.		
10.	Não. Quando a intersecção está fora do triângulo	
11.	Não	
12.	Não só quando temos um triângulo isósceles	
13.	Não. Quando todos os ângulos internos são agudos. Se 1 dos ângulos for obtuso, o ponto sai do triângulo	
14.	Não	
15.	Não quando se move o triângulo este ponto se move	
16.	Não	
17.		
18.		
19.	Não. Em nenhuma situação	

15. O ponto D pode estar sobre um dos lados? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Sim quando o triângulo for retângulo. E estará na hipotenusa	
3.		
4.	Sim; (triângulo retângulo)	
5.	Sim, ⊿ (triângulo retângulo)	
6.	Sim, quando Δ retângulo	
7.		
8.	Pode quando for um triângulo retângulo	
9.		
10.	Ocorre quando D está sobre o ponto médio do lado.	
11.	Quando o ponto D está sobre o ponto médio deste lado	
12.	Sim, quando temos um triângulo retângulo	
13.	Sim. Quando forma um triângulo retângulo, o circuncentro fica sobre o ponto médio do lado oposto do ângulo reto.	
14.	Sim, quando temos um triângulo retângulo	
15.	Movimentando ele se mexe e não fica só sobre um dos lados	
16.	Sim, quando o triângulo for isósceles	
17.		
18.		
19.	Sim. Somente quando temos um triângulo retângulo	

16. O ponto D pode ser um dos vértices? Em quais condições?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Nunca, pois está sempre no ponto médio, entre, os vértices	
3.		
4.	Não	
5.	Não	
6.	Não há possibilidade	
7.		
8.	Não	
9.		
10.	Não. Nunca.	
11.	Nunca, pois está sempre, fora, dentro ou em um dos pontos médios de um dos lados do triângulo	
12.	Não, em nenhuma condição	
13.	Não	
14.	Não pode ser vértice	
15.		Não respondeu
16.	Não	
17.		
18.		
19.	Não	

17. Crie os segmentos que unem os vértices do triângulo ao ponto D. Qual a propriedade desses segmentos?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Os vértices são os raios do círculo	
3.		
4.	Eles possuem a mesma medida	
5.	Os segmentos possuem a mesma medida	
6.	Formam as arestas de uma pirâmide, é o raio da circunferência	
7.		
8.	Eles tem as mesmas medidas	
9.		
10.	São os raios de uma circunferência circunscrita ao triângulo	
11.	Será o raio da circunferência quando esta passa por P	
12.	Eles tem a mesma medida	
13.	São os raios da circunferência e arestas de 1 pirâmide	
14.	Raio da circunferência	
15.	São congruentes tem a mesma medida	
16.	Esses segmentos possuem a mesma medida	
17.		
18.		
19.	Eles tem a mesma medida	

18. **Construa a circunferência de centro D passando por P. Quais as propriedades dessa circunferência?**

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Que o triângulo está circunscrito no círculo	
3.		
4.	Passa por todos os vértices do Δ PUC. OBS: a circunferência estão circunscrita ao triângulo.	
5.	A circunferência está circunscrita ao Δ	
6.	A circunferência está circunscrita	
7.		
8.	Ela passa por todos os vértices	
9.		
10.	É circunscrita ao triângulo; tem diâmetro = a hipotenusa do Δ PUC	
11.	Ela é circunscrita ao triângulo e tem diâmetro igual a hipotenusa do triângulo PUC	
12.	E circunscrita ao triângulo e tem raio = 8,81 cm	
13.	A circunferência está circundando o triângulo	
14.	Circunferência está circunscrita ao triângulo	
15.	Circuncentro	
16.	Passa por todos os vértices do triângulo PUC, ou seja a circunferência está circunscrita ao triângulo	
17.		
18.		
19.	Passa por todos os vértices PUC	

19. Esconda as retas e a circunferência.

20. Construa a reta que passa por P e é perpendicular ao lado UC. Faça o mesmo com os demais vértices.

21. Movimente a figura e descubra uma propriedade comum a estas retas.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Terá um ponto de intersecção	
3.		
4.	Sempre se interceptam	
5.	As retas estão sempre se intersepetando	
6.	Obtemos a altura Δ	
7.		
8.	Se interceptam (sempre)	
9.		
10.	Formam ângulos de 60°	
11.		Não respondeu
12.	O ponto de intersecção delas é no ponto P	
13.	Formam a altura do triângulo	
14.	No ponto P ocorre a intersecção	
15.	Terá um ponto de intersecção	
16.	Elas sempre se interceptam	
17.		
18.		
19.	Se interceptam (sempre)	

22. O ortocentro de um triângulo é o ponto de intersecção dessas retas. Encontre-o e nomeie-o O.

23. O ponto O é sempre interior ao triângulo? Investigue em quais condições isso acontece ou não.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Não, depende do triângulo	
3.		
4.	Não. Porque quando o Δ for obtusângulo seu ortocentro estarão fora do triângulo	
5.	Não, acontece qdo é acutangulo	
6.	Não, o ortocentro é interior quanto os ângulos são menores que 90°	
7.		
8.	Não, quando o triângulo for obtusângulo seu ortocentro ficará fora	
9.		
10.	Não	
11.	Não	
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Não. Qdo os ângulos internos do triângulo são agudos o ponto é interno. Se 1 dos ângulos for obtuso o ponto fica fora do triangulo	
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.		Não respondeu
16.	Não. Quando o triângulo for obtusângulo o ortocentro estará fora do triângulo	
17.		
18.		

19.	Não, quando o triângulo for obtusângulo seu ortocentro ficará fora	a aluna “perdeu” “fechou” o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

24. O ponto O pode estar sobre um dos lados? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Não	
3.		
4.	Sim. Quando o triângulo for retângulo	
5.	Sim, no vértice, qdo for Δ retangulo	
6.	Não, quando obtemos um Δ retângulo o ponto O fica no vértice	
7.		
8.	Sim, se for triângulo retângulo	
9.		
10.	Não pode	
11.	Não	
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Não. Não ocorre	
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.	Sim	
16.	Sim, quando o triângulo for retângulo	
17.		
18.		

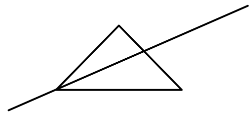
19.	Sim, se for triângulo retângulo	a aluna “perdeu” “fechou” o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

25. O ponto O pode ser um dos vértices? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Sim, quando for triângulo retângulo	
3.		
4.	Sim, quando o triângulo for retângulo	
5.	Sim, qdo é Δ retângulo	
6.	Sim, no triângulo retângulo (90°)	
7.		
8.	Sim, se for triângulo retângulo	
9.		
10.	Sim. Quando se tem duas retas perpen. Passando por dois lados dos triângulos	Tinha escrito (e riscou) “também quando Δ PUC é retângulo”
11.	Sim, quando triângulo for um triângulo retângulo	
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Sim. Qdo um dos ângulos internos for 90° - triângulo retângulo	
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.	Sim, quando o triângulo for retângulo	
17.		

18.		
19.	Sim, se for triângulo retângulo	a aluna “perdeu” “fechou” o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

26. Esconda as retas.



27. Construa as bissetrizes dos ângulos internos.

(A aluna 5 colocou nesta questão a observação: F1) Constrói a bissetriz de um ângulo definido por 3 pontos. Desenhou também a figura) (F1 é a ajuda do Cabri)

28. Movimente a figura e descubra uma propriedade comum a todas as bissetrizes.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	A intersecção estará sempre no centro do triângulo, é fixo.	
3.		
4.	As retas sempre se interceptam no ponto, chamado incentro	
5.	Interseptam dentro do Δ	
6.	Obtemos o incentro	
7.		
8.	Retas sempre se interceptam. No ponto incentro	
9.		
10.	Sempre interno ao Δ PUC e formam ângulos de 60°	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)

13.	O ponto de intersecção das bissetrizes é sempre interno ao triângulo	
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.	As retas sempre se interceptam no ponto chamado incentro	
17.		
18.		
19.	Retas sempre se interceptam. No ponto incentro	a aluna "perdeu" "fechou" o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

29. O incentro de um triângulo é o ponto de intersecção dessas bissetrizes. Encontre-o e nomeie-o E.

30. O ponto E é sempre interior ao triângulo? Investigue em quais condições isso acontece ou não.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
3.		
4.	Sim, estarão sempre no interior do triângulo	
5.	Sim, ficará sempre no interior	
6.	Sim, sempre está no interior do triângulo	
7.		
8.	Sim, sempre no interior	
9.		

10.	Sempre. Vai acontecer sempre	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Sempre	
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.	Sim, sempre estará no interior do triângulo	
17.		
18.		
19.	Sim, sempre no interior	a aluna "perdeu" "fechou" o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

31. O ponto E pode estar sobre um dos lados? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
3.		
4.	Nunca poderão estar sobre um dos lados	
5.	Não	
6.	Não	
7.		
8.	Não, poderão ficar sobre um dos lados	

9.		
10.	Não	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Não, está sempre interno não passa no lado	
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.	Nunca poderá estar sobre um dos lados	
17.		
18.		
19.	Não, poderão ficar sobre um dos lados	a aluna “perdeu” “fechou” o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

32. O ponto E pode ser um dos vértices? Em caso afirmativo, quando isso ocorre?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
3.		
4.	Nunca poderão ser um dos vértices	
5.	Não	
6.	Não	
7.		

8.	Não pode ser um dos vértices	
9.		
10.	Não	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Não	
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.	Nunca poderá ser um dos vértices	
17.		
18.		
19.	Não pode ser um dos vértices	a aluna “perdeu” “fechou” o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

33. Construa a Projeção Ortogonal do ponto E sobre os três lados e nomeie-os S, O, L.

34. Crie os segmentos ES, EL e EO. Pinte-os de vermelho e esconda as retas.

35. Qual a relação entre as medidas desses segmentos?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
3.		
4.	Nota-se que são todos iguais	

5.	São todos iguais	
6.	Possuem as mesmas medidas	
7.		
8.	São todos iguais	
9.		
10.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	São sempre iguais	
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.	São todos iguais	
17.		
18.		
19.	São todos iguais	a aluna "perdeu" "fechou" o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

36. Construa a circunferência de centro E passando por L. Quais as propriedades dessa circunferência?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)

3.		
4.	A circunferência passa pelos pontos SOL e está inscrita no triângulo. Nota-se que o raio da circunferência é a projeção ortogonal do ponto I aos 3 lados do triângulo	
5.	A circunferência está inscrita no triângulo	
6.	Circunferência inscrita	
7.		
8.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
9.		
10.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Circunferência inscrita no triângulo	A aluna colocou uma observação nesta questão: “No triângulo EQUILÁTERO (G) o Baricentro, o circuncentro (D), o ortocentro (O), o Incentro (E) coincidem”.
14.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.	A circunferência passa pelos pontos SOL e está inscrita no triângulo. O raio da circunferência é a projeção ortogonal do ponto I aos três lados do triângulo	
17.		
18.		

19.		a aluna “perdeu” “fechou” o arquivo da construção na questão 21 e passou a responder junto com a aluna 8

37. Salve este arquivo no disquete com o nome de PONTOS NOTÁVEIS.

ATIVIDADE 6 – 09/11/2001 - PROEM[7]

ASSUNTO: Quadriláteros: Paralelogramo e Retângulo

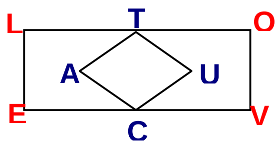
OBJETIVOS:

a. Investigar as propriedades das figuras construídas para identificar e classificar estes quadriláteros;

b. Verificar experimentalmente qual é a relação existente entre os dois quadriláteros;

c. Construir e descrever a construção de um paralelogramo a partir do retângulo.

a. Abra o arquivo Q1. FIG.



b. Sem movimentar a figura escreva as características do quadrilátero LOVE.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	LE paralelo a OV, e LO paralelo EV	
3.		
4.	Os lados $\overline{LE}$ e OV; e $\overline{LO}$ e EV são iguais	
5.	Os lados $\overline{LO}$ e EV, $\overline{LE}$ e $\overline{OV}$ possuem o mesmo tamanho, UM RETANGULO	
6.	Retângulo com os lados paralelos iguais 4° ângulo de 90°	
7.		
8.	É um retângulo, possui dois lados iguais LE = OV e LO = EV, LO é paralelo a EV	

[7] Atividade Q1 proposta em – Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri - Géomètre, p. 40-41.

9.		
10.	LE//OV e LO//EV LOGO é retângulo	
11.	Segmento LE é paralelo à OV e o segmento LO é paralelo a EV	
12.	É um retângulo pois $\overline{LD}$ = $\overline{EU}$ e DU = $\overline{LE}$	
13.	RETANGULO ângulos internos 90°, LE//OV e iguais LO//EV e iguais	
14.	O quadrilátero LOVE é um retângulo que está circunscrito a um losângulo.	
15.	No retângulo LO são perpendiculares VE	
16.		
17.		
18.		
19.	É um retângulo com dois lados iguais LO = EV	

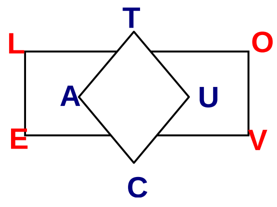
d. Sem movimentar a figura escreva as características do quadrilátero TUCA.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	TU paralelo AC, e TA paralelo UC	
3.		
4.	É similar a um losango	
5.	PARECE UM LOSANGO, mas é um retângulo	
6.	Quadrado, quatro lados iguais formando 90°	
7.		
8.	É um quadrado, pois os 4 lados são iguais TA = AC = CU = UT	

9.		
10.	TA // UC e AC // TU TUCA é retângulo	O aluno escreveu (depois riscou) a seguinte observação: logo TUCA é retângulo Losango Quadrado Ainda teve dúvidas ao colocar a resposta: antes de colocar retângulo, escreveu losango (e riscou)
11.	O segmento RT é paralelo à CU, RC é paralelo à TU	
12.		Escreveu (e apagou) é um losango, pois AI = CU e AC = TU
13.	QUADRADO. Angulos internos 90° - todos iguais. TA//UC e AC//TU	
14.	É um losângulo inscrito a um retângulo	
15.	No losangulo TUCA são congruentes tem a mesma medida	
16.		
17.		
18.		
19.	É um quadrado pois contém 4 lados iguais	

e. Movimente a figura. Investigue as propriedades do quadrilátero LOVE. O que você observa com relação aos lados desse quadrilátero? E quanto aos ângulos?

Alunos	**Respostas**	**Análise e Comentários - meus**
1.		
2.	Os vértices L e V são iguais, E e O são iguais	
3.		

4.	Os ângulos opostos são iguais	
5.	Ângulos opostos são sempre iguais	
6.	Os lados são paralelos, possui 2 ângulos opostos congruentes	
7.		
8.	Não tem os mesmos ângulos	
9.		
10.	É retângulo lados paralelos ângulos de 90°	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	LO//EV e tem a mesma medida LE//OV tem a mesma medida. Os ângulos internos são variáveis	
14.	A medida em que movimenta o quadrilátero <u>love</u>, → aumentando o quadrilátero LOVE, o quadrilátero TUCA também aumenta de tamanho e os pontos do losango T e C saem p/ fora do quadrilátero TUCA.	Desenhou o ex: 
15.	Tem lados e ângulos semelhantes	
16.		
17.		
18.		
19.	Tem dois lados Que eles ñ tem os mesmos ângulos	

f. **Investigue as propriedades do quadrilátero TUCA. O que você observa com relação aos lados desse quadrilátero? E quanto aos ângulos?**

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Os ângulos são iguais	
3.		
4.	Os lados AT e CU são iguais e AC e TU são iguais. São todos de 90°	
5.	Lados TA = UC e TU = AC. São todos de 90°	
6.	Os lados são paralelos e congruentes. Possui 4 ângulos 90°	
7.		
8.	Polígono. Dois lados iguais e tem 3 angulos iguais	
9.		
10.	É retângulo lados paralelos ângulos de 90°	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	TA//UC mesma medida TU//AC mesma medida ângulos não mudam	
14.	O quadrilátero TUCA aumentou de tamanho em proporções maiores que o LOVE. TUCA – aumentou os ângulos.	
15.	Tem lados e ângulos semelhantes	
16.		
17.		
18.		

19.	Eles ñ tem lados iguais e tem 3 ângulos de 90° e 1 de 87.7°	

g. Você confirma as respostas dadas nos itens (2) e (3)?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
3.		
4.	Não	
5.	Sim	
6.	Não	
7.		
8.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
9.		
10.	Sim	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	(b) N (c) N	
14.	Não, pois houve alteração na figura e os ângulos aumentaração Com relação ao item (c), a medida que se diminui o LOVE, o quadrilátero TUCA diminui cada vez mais.	
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.		

17.		
18.		
19.	Não	

h. Como você classificaria o quadrilátero LOVE?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
3.		
4.		Não respondeu
5.		Não respondeu
6.	Losango, pois possui 2 º ângulos internos congruentes	
7.		
8.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
9.		
10.	Retângulo	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Losango	
14.	Os vértices dos ângulos opostos são iguais.	
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.		
17.		

18.		
19.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)

i. Como você classificaria o quadrilátero TUCA?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
3.		
4.	Retângulo	
5.	Retângulo	
6.	Retângulo, possuindo lados paralelos c/ ângulos 90°	
7.		
8.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
9.		
10.	Retângulo	
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Retângulo	
14.	TUCA – todos os ângulos são iguais.	
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
16.		
17.		

18.		
19.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)

j. O quadrilátero TUCA foi obtido a partir do quadrilátero LOVE. Descreva como o quadrilátero TUCA foi construído.

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
3.		
4.		Não respondeu
5.		Não respondeu
6.		Não respondeu
7.		
8.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
9.		
10.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
11.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
12.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)
13.	Os lados do quadrilátero tuca foram criados sobre as bissetrizes dos ângulos internos do love	
14.		
15.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)

16.		
17.		
18.		
19.		Não respondeu (não conseguiu terminar no tempo determinado)

ATIVIDADE 7 – 30/11/2001 - PROEM[8]

ASSUNTO: Quadriláteros: Quadrado, Retângulo, Paralelogramo, Trapézio, Losango.

OBJETIVOS:

- Identificar a que classes pertencem os quadriláteros construídos, através da verificação de suas propriedades;
- Investigar as propriedades das diagonais dos quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio e losango e verificar as relações existentes entre eles.

a. Abra o arquivo Q4. FIG.

b. Movimentando os quadriláteros JOSE e XICA, o que você observa?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	O ponto S movimenta-se apenas na reta, o segmento $\overline{OS}$ movimenta paralelo ao $\overline{JE}$, movimentando o ponto E é possível notar que o segmento $\overline{OS}$ e $\overline{OJ}$ mantém a mesma medida. Isso ocorre na figura JOSE e na figura XICA, o segmento $\overline{IC}$ mantém a sua medida quando move o ponto A e ao mesmo tempo o segmento $\overline{IX}$ fica parado assim como o segmento $\overline{CA}$ não movimenta como se os seguimentos $\overline{AC}$ e $\overline{XI}$ fossem paralelos. O ponto C é fixo ao tentar movelo.	
3.		
4.	O ponto S, se movimenta só na vertical. O ponto C não se move.	

[8] Atividade Q4 proposta em – Explorando Geometria Elementar com o dinamismo do Cabri-Géomètre, p. 46-47.

<table>
<tr><td>5.</td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>6.</td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>7.</td><td colspan="2">Xica é um paralelograma com seus lados paralelos. José é um polígono irregular com dis lados paralelos e dois não paralelos. José eu não sei quem é e fiquei com muita vergonha de perguntar. Eu quero aprender mas eu não sei esta matéria de 7ª.</td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td colspan="2">JOSE - O ponto S só se move em linha reta, ou quando um dos 3 pontos se movimentam.
XICA – O ponto C só se move quando um dos outros 3 pontos se movimentam.</td><td></td></tr>
<tr><td>9.</td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td>11.</td><td colspan="2">⇒ JOSE – Ao movimentar qualquer um dos pontos, dois movimentam-se e outros dois ficam fixo. Os segmentos OS e SE só podem ser movimentados a partir do movimento dos outros dois segmentos.
⇒ XICA – Acontece o mesmo que acontece com JOSE com relação aos pontos e aos segmentos IC e CA.</td><td></td></tr>
<tr><td>12.</td><td colspan="2">O seguemento $\overline{JE}$ e $\overline{OJ}$ de JOSE são paralelos. Com relação ao XICA $\overline{IC}$ e $\overline{XA}$ não mudam em nada quando movimentamos qualquer ponto. $\overline{XI}$ é paralela a $\overline{CA}$, $\overline{JO}$ e $\overline{ES}$ de JOSE não são paralelos.</td><td></td></tr>
<tr><td>13.</td><td>$\overline{OS}$ // $\overline{JE}$
$\overline{JO}$ e $\overline{ES}$ não</td><td>$\overline{XI}$ // $\overline{AC}$
$\overline{XA}$ // $\overline{AC}$ sempre</td><td></td></tr>
</table>

14.	No quadrilátero XICA - o ponto C é fixo não pode ser movimentado. Observa-se que o quadrilátero ser p/ direita mudando de tamanho formando outro quadrilátero. No quadrilátero JOSÉ – pode ser movimentado todos os pontos formando vários tipos de quadriláteros como, losango, trapézio, quadrado.	
15.	José – todos os pontos se movem. Xica – o ponto C não se move sozinho, movimentando os outros pontos ele se movimenta.	
16.	O ponto S só se movimenta em linha reta, o ponto C está fixo. Movimentando o ponto **I**, os pontos X e A ficam fixos.	
17.		
18.	Xica é paralelogramo com seus lados paralelos e os ângulos opostos tem a mesma medida. José: Polígono irregular com dois lados não paralelos e com ângulos diferentes.	
19.	O ponto S de JOSÉ, só se movimenta, clicando nos outros pontos e se clicar nele ele se movimenta em linha reta. O ponto C de XICA, só se movimenta clicando nos outros pontos ele é fixo.	

c. Os dois quadriláteros pertencem a uma mesma classe de figuras? Em caso afirmativo, qual classe?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		

2.	A figura JOSE parece ser trapézio, pois tem apenas dois lados paralelos e possui uma ponta formando um ângulo. Já a figura XICA todos os lados são paralelos.	
3.		
4.		Não respondeu
5.		
6.		
7.	Não	
8.		Não respondeu
9.		
10.		
11.	Sim	
12.		Não respondeu
13.	Não. XICA – os lados são paralelos 2 a 2 JOSE – dois lados e 2 ñ	
14.	Sim ambas são figuras planas.	
15.	Sim.	
16.	Não.	
17.		
18.	Não.	
19.		Não respondeu.

d. Trace as diagonais dos dois quadriláteros. Determine os pontos de intersecção das diagonais, nomeando-os H no quadrilátero José e M no quadrilátero XICA.

e. Meça todos os ângulos e segmentos dos dois quadriláteros.

(A aluna 18, respondeu nesta questão o que ainda não tinha sido perguntado, ou seja, conforme realizava a construção, registrava as suas observações: "José todos os ângulos opostos iguais")

f. Quais as características das diagonais do quadrilátero JOSÉ?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Tem ângulos opostos em relação as diagonais	
3.		
4.	Não possui a mesma medida; ângulos diferentes.	
5.		
6.		
7.	É um trapézio isócilis	
8.	Os ângulos da intersecção sempre são iguais. Só o seguimento S não altera sua medida.	
9.		
10.		
11.	Tem medidas diferentes. Os ângulos formados pelos segmentos OS e SH e EJ e JH são iguais assim como os ângulos formados pelos segmentos HE e EJ e HO e OS.	
12.		Não respondeu
13.	Os ângulos opostos pelo vértice H são iguais. As medidas das diagonais são diferentes e o ponto de intersecção delas não divide-as na metade.	A aluna colocou uma observação ao lado da questão: XICA - Paralelogramo
14.	É um trapézio – todos os ângulos são diferentes	
15.	Não são diagonais iguais Seus ângulos não tem a mesma medida.	
16.	O ângulo formado pelas diagonais são iguais.	
17.		

18.	Os objetos não são paralelos.	A resposta desta pergunta está registrada na questão anterior. Não entendi o que quis dizer com "*Os objetos não são paralelos*".
19.	Movimentando os pontos (- o S) todos os segmentos alteram o seu valor mas o S continua com a sua medida. As diagonais	

g. Quais as características das diagonais do quadrilátero XICA?

Alunos	**Respostas**	**Análise e Comentários - meus**
1.		
2.	Tem ângulos opostos, com características de um lozango.	
3.		
4.	Possuem as mesmas medidas nas diagonais; ângulos opostos iguais ($\Delta\, IMX \cong CMA$); ($\Delta\, IMC \cong XMA$)	
5.		
6.		
7.	Chica tem dois lados paralelos de 8,56 cm e dois lados paralelos de 3,98 cm. São diagonais. As diagonais não são paralelas e não são diagonais perpendiculares.	
8.		Não respondeu
9.		
10.		
11.	Os ângulos opostos têm a mesma medida, mas a medida dos segmentos (diagonais) são diferentes.	
12.	Os ângulos opostos são iguais.	

13.	Os ângulos opostos pelo vértice M são sempre iguais. O ponto de intersecção das diagonais divide-as na metade.	A aluna colocou uma observação ao lado da questão: JOSÉ - Trapézio
14.	É um paralelogramo – os ângulos opostos são iguais.	
15.	São diagonais opostos, com ângulos diagonais semelhantes.	
16.	O ponto M é o ponto médio das diagonais	
17.		
18.	Xica tem dois lados paralelos de 8,56 cm e dois paralelos 3,98 cm. São diagonais.	
19.	Os ângulos internos opostos tem a mesma medida	

h. Movimente XICA até que pareça um retângulo. Quais as características das diagonais nesse caso particular?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Se fosse um retângulo teria todos os ângulos retos, mas não tem.	
3.		
4.	Possuem as mesmas distâncias nas diagonais.	
5.		
6.		
7.	O mesmo.	A aluna refere-se a resposta dada na questão anterior: "Chica tem dois lados paralelos de 8,56 cm e dois lados paralelos de 3,98 cm. São diagonais. As diagonais não são paralelas e não são diagonais perpendiculares".

8.	XICA tem os mesmos ângulos. Os segmentos opostos tem as mesmas medidas.	
9.		
10.		
11.	Dois dos ângulos formados pelas diagonais são iguais.	
12.	Os ângulos opostos são iguais (90°) e a medida das diagonais é a mesma.	
13.	Os ângulos opostos pelo vértice M são iguais.	Observação da aluna: *Tem a mesma medida.*
14.		Não respondeu
15.	Possui as mesmas medidas	
16.	Possui o mesmo comprimento.	
17.		
18.	As diagonais não são paralelas e não são diagonais perpendiculares.	Embora não tenha colocado a letra da questão, estou concluindo que esta deve ser a resposta da letra **h**. (*mas pode ser também uma parte das conclusões da questão **g**)*
19.		Não respondeu.

i. Movimente XICA até que pareça um losango. Quais as características das diagonais nesse caso particular?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	Existe duas diagonais que são de tamanhos diferentes e nunca as duas terão a mesma medida (corrijo, pode ser iguais mais os ângulos continuam com as características do losango).	
3.		

4.	As suas perpendiculares opostas possuem o mesmo comprimento.	
5.		
6.		
7.	Não são eqüidistantes, não são paralelos, é um paralelogramo.	
8.	As retas opostas possuem as mesmas medidas.	
9.		
10.		
11.		Não respondeu
12.	Os ângulos opostos formam 90°.	
13.	Os ângulos opostos pelo vértice M são iguais.	Observação da aluna: *Não tem a mesma medida.*
14.	As diagonais têm comprimentos diferentes.	
15.	Sim todas suas medidas são iguais.	
16.	A diagonal IA não altera a sua medida.	
17.		
18.	Não são eqüidistantes, não são paralelas e Xica é um paralelogramo.	
19.		Não respondeu.

j. Movimente XICA até que pareça um quadrado. Quais as características das diagonais nesse caso particular?

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.	As diagonais teram a mesma medida, (na figura que eu achei os ângulos formam 90°).	
3.		

4.	Todas as suas diagonais possuem a mesma medida e formam os mesmos ângulos.	
5.		
6.		
7.	As diagonais ñ são paralelas, não perpendiculares.	
8.	As diagonais possuem a mesma medida.	
9.		
10.		
11.	Elas terão a mesma medida.	
12.	As diagonais têm a mesma medida.	
13.	Todos os ângulos formados no ponto M são iguais e medem 90º.	Observação da aluna: *Tem a mesma medida.*
14.	As diagonais tem a mesma medida.	
15.	As diagonais possui as mesmas medidas.	
16.	Possui o mesmo comprimento.	
17.		
18.	As diagonais não são paralelas, não são perpendiculares.	
19.	As diagonais opostas tem o mesmo ângulo e os ângulos internos possuem a mesma medida.	

ATIVIDADE 8 – 30/11/2001

ASSUNTO: Quadriláteros: Quadrado, Retângulo, Paralelogramo, Trapézio, Losango

OBJETIVOS:

- Realizar a construção de quadriláteros utilizando para isso as suas propriedades;
- Investigar as relações existentes entre as figuras construídas.

1. Construa os seguintes quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio e losango
2. **Quais foram as propriedades utilizadas na construção? Descreva o seu método.**

Alunos	Respostas	Análise e Comentários - meus
1.		
2.		
3.		
4.	• Quadrado – Foi construído a partir de duas retas perpendiculares entre si, também foi utilizado uma circunferência, e no interior dessa circunferência foi criado um quadrado. • Losango – as suas diagonais são perpendiculares entre si e bissetriz internas dos ângulos do losango. • Trapézio – possui duas diagonais paralelas e uma reta perpendicular, o seja um ângulo de 90°. • Paralelograma – as diagonais são congruentes.	
5.		

6.		
7.	Para o retângulo usei 2 retas e 2 seguimentos. Quadrado – usei um círculo e quatro seguimentos com a mesma medida formando ângulos de 90°.	A aluna colocou uma observação: circunferência e retas e segmentos.
8.		
9.		
10.		
11.	1º construção de uma circunferência. 2º uma reta que passa pelo ponto, que determina o raio da circunferência. 3º retas perpendiculares umas as outras 4º segmentos de retas de um ponto de intersecção à outro. Enfim → (circunferência, retas, retas perpendiculares, bissetriz e segmentos).	
12.	* Quadrado: usei duas retas com uma circunferência com centro na intercessão destas retas. Encontrei os pontos médio entre uma intercessão e outra formou-se no interior da circunferência um quadrado construído com retas uma perpendicular a outra. * Losango: constrói da mesma forma, mas com retas concorrentes e não perpendiculares. Ou pode ser igual pois um quadrado é um losango. * Trapesio: usei duas retas paralelas e uma perpendicular marquei os pontos de intercecssão criei os segmentos. * Paralelogramo: construí com 2 retas paralelas e 2 perpendicular coloquei pontos em cada intercecção coloquei seguementos	

	fiz as medidas.	
13.	**QUADRADO** PERA Um ponto → um segmento de reta → uma reta perpendicular ao seg. passando por um dos pontos. Uma reta paralela a reta anterior passando pelo outro ponto do seg. Marcar um ponto em uma das retas. Traçar a bissetriz. Marcar o ponto na intersecção da bissetriz com a outra reta. Traças uma reta paralela ao seg. inicial passando pelo ponto de intersecção da bissetriz com a reta (marcado anteriormente). Traçar seg. de retas unindo os pontos e esconder as retas. **RETÂNGULO** LUVA Ponto L → Seg. LU → Reta perpendicular ao seg LU passando por L → Ponto V sobre a reta. Reta perpendicular a reta anterior passando por V → reta paralela a 1ª reta construída. Ponto de intersecção das duas retas: A → seg. LU → seg. UA → seg AV. **PARALELOGRAMO** Ponto L → Ponto U → Seg. LU → Reta paralela ao seg LU → Ponto P sobre a reta → Seg. LP → Seg PU → Ponto médio do segmento PU → reta passando pelo ponto médio do seg. PU e pelo ponto L → Ponto de intersecção dessa reta com a reta anterior → seg. UA → seg. PA. **PARALELOGRAMO** Ponto L → Ponto I → Seg. LI → Ponto C → Seg. LC → Reta paralela ao seg. LI → Reta paralela ao seg. LC → Ponto A de intersecção das duas retas → Seg CI → Seg. LA → Ponto B de intersecção destes Seg. → medidas das distancias entre L e B e B e A – confirma do os	A aluna registrou duas maneiras para a construção de um paralelogarmo.

	ângulos opostos pelo vértice B → dos ângulos L e A são iguais. OK. **TRAPÉZIO** Ponto S → Ponto A → Seg. SA → Reta paralela ao seg AS → Ponto P sobre a reta → seg. SP → ponto O sobre a reta → seg. AO → seg PO → esconder a reta. **LOSANGO** Seg. IC → Ponto médio IC → Reta perpendicular ao seg passando pelo ponto médio → Circunferência com centro no ponto médio → marca os dois pontos de intersecção L e A da reta com a circunferência → Construir os seg. entre estes pontos LI, IA, AC, CL.	
14.	**Quadrado** 2 retas perpendiculares – segmento de reta – circunferência. Obs: todos os ângulos tem 90° e as medidas são iguais. **Retângulo** Utilizei os segmentos paralelos e iguais formando ângulos de 90° em cada ponto de intersecção, observando que os lados paralelos, devem ter o mesmo tamanho. **Trapézio** Dois segmentos paralelos, com tamanhos diferentes. O quadrilátero tem todos os ângulos diferentes.	A construção do Paralelogramo estava em branco.
15.	Ponteiro, Reta, Ponto de intersecção; fiz uma reta, marquei com pontos, achei a intersecção usei uma circunferência e construí uma quadrado com medidas iguais Trapézio → com duas Retas, marcando os	

	pontos com Retas paralelas	
16.	**QUADRADO** Marcar dois pontos quaisquer, traçar o segmento de reta unindo os dois pontos. Acho o ponto médio deste segmento. Traçar uma circunferência de centro no ponto médio e o raio nos pontos marcados, achar os pontos de intersecção e ligar os segmentos.	Só fez esta descrição.
17.		
18.	1º seg. 2º ponto médio	Contornou só a palavra losango e colocou a observação: "4 lados iguais". Começou uma descrição "não se sabe qual é o quadrilátero"
19.		Não respondeu.

3. Salve este arquivo com o nome de QUADRILÁTEROS.

ANEXO 9

QUADRO RESUMO DO CURSO: *Ensinando Geometria com o software Cabri-Géomètre* (alunos participantes e conteúdo das atividades desenvolvidas)

Códigos	PARTICIPANTES[1]	**CONTEÚDOS DAS ATIVIDADES**							
		Ângulos	Bissetriz	Triângulos - Propriedades	Triângulo Isósceles	Triângulos - Pontos Notáveis	Quadriláteros – Q_1 Paralelogramo e Retângulo	Quadriláteros – Q_4 Classificação e Propriedades	Quadriláteros – Construção e Relações
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
1	Alberi Godoi								
2	Celi Damas dos Santos	X	AF	AF		X	X	X	
3	Clairton Luiz Jung								
4	Claudemir Gomes Oliveira	X		X	X	X	X	X	X
5	Cristiane C. Bora	X	X	X	X	X	X		
6	Cristiane Grysyboski	X			X	X	X		
7	Daniela Galdino Costa	A	A	X				X	X
8	Débora Denize Biancato			X	X	X	X	X	
9	Elizangela do Rosário	X							
10	Emerson Oliveira Santos			X	X	X	X		
11	Fabiana de Paula Silva	AF				X	X	X	X
12	Ilcione Ap. L. Carneiro	X		X		X	X	X	X
13	Joanne Cabreira Furtado	X	X	X	X	X	X	X	X
14	Lenilda Mesquita Marques	X	A	A		X	A	X	X
15	Maria Izete Busnello	X	A	X		X	X	X	X
16	Marcio Antonio C. Ferreira	X		X	X	X		X	X
17	Maurício Lins da Silva								
18	Neusa Povodenhak Lima	X		X				X	X
19	Rosana Vaz de Jesus			X	X	X	X	X	X

Códigos para análise das questões nas atividades realizadas

X – entregue na data

AF – entregue com atraso por falta no encontro

A – entregue com atraso sem justificativa

Em branco – não realizaram a atividade ou não entregaram os seus relatos escritos.

---

[1] Os alunos destacados em cinza foram eliminados da amostra de análise pelos seguintes motivos: alguns fizeram inscrição, mas não participaram do curso; outros realizaram somente algumas das atividades propostas.

ANEXO 10 (a)

Resultados das planilhas para AUTO-AVALIAÇÃO do Curso: Ensinando Geometria com o software Cabri-Géomètre. (**CONCEITOS E PROCEDIMENTOS**)

Aluno (a): ____

Ao avaliar utilize os seguintes códigos:

S = Sim
P = em Parte
N = Não

CARACTERÍSTICAS ANALISADAS "**PENSAR MATEMATICA**"		
	A	Estabelece relações ao construir, visualizar e movimentar
	B	Conjectura ao interpretar e experimentar
	C	Busca explicações pesquisando
	D	Levanta hipóteses e experimenta
	E	Conclui exprimindo-se com correção e clareza

TEMAS	**CONCEITOS BÁSICOS:** Reta - Semi-reta - Segmento de reta - Ponto Médio - Mediatriz					**ÂNGULOS:** Classificação - Propriedades					**TRIÂNGULOS:** Classificação - Propriedades					**QUADRILATEROS: Classificação -** Propriedades					**CIRCUNFERENCIA:** Propriedades				
PARTICIPANTES	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
4	S	P	P	S	S	S	P	S	P	P	P	P	P	P	P	S	P	P	S	P	S	S	P	S	P
7	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
8	P	P	P	S	P	S	P	P	P	N	P	N	S	P	P	N	P	S	S	S	P	P	S	P	P
11				S			S							S			S				S				
12	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
13	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
14	S	P	S	P	S	S	S	S	S	S	S	P	S	P	S	P	S	S	P	P	S	S	S	S	S
15	P	P	P	P	N	P	P	P	N	N	P	P	P	P	N	N	N	N	P	N	P	P	P	P	N
16	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	P	P	P	S	S	P	S	S	S	S	S
18	S	P	P	P	P	S	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
19	S	S	S	S	N	S	S	S	P	N	S	P	P	P	N	P	P	P	P	P	S	S	S	S	S

PARTICIPANTES	**OBSERVAÇÕES E/OU JUSTIFICATIVAS**
7	Porque eu sou meio burrinha mesmo
12	O curso foi ótimo pois aprendi ± 80% das atividades
13	Esclarecimentos quanto as propriedades das figuras
19	Acho que deveria ter mais aulas, pois o tempo foi muito pouco, para aprofundar mais
4-8 -11-14-15-16-18	Deixaram em Branco

OBS: *Cada número corresponde a um participante do curso. A ausência de alguns números na tabela refere-se a participantes que não realizaram a sua auto-avaliação (ou não entregaram).*

ANEXO 10 (b)

Resultados das planilhas para AUTO-AVALIAÇÃO do Curso: Ensinando Geometria com o software Cabri-Géomètre. (**VALORES E ATITUDES**)

Aluno (a): ____

Ao avaliar utilize os seguintes códigos:

S = Sim
P = em Parte
N = Não

PARTICIPANTES	Tem iniciativa na busca de informações	Demonstra responsabilidade	Tem confiança na sua forma de pensar	Fundamenta suas idéias e argumentações	Participa e envolve-se com o trabalho (sugere, critica, propõe)	Opera com método e organização no desenvolve-mento das atividades	Demonstra autonomia ao realizar as atividades	Age com Ética
4	S	S	P	P	S	S	P	S
7	P	P	P	P	P	P	P	P
8	S	S	N	P	P	P	P	S
11	P	S	P	P	P	N	P	S
12	S	S	S	S	S	P	S	S
13	S	S	S	S	S	S	S	S
14	S	S		S				S
15	P	P	P	P	P	P	P	P
16	S	S	S	S	P	P	P	P
18	N	P	N	N	N	N	N	N
19	P	S	P	P	N	P	P	P

PARTICIPANTES	OBSERVAÇÕES E/OU JUSTIFICATIVAS
7	Eu gostaria muito de aprender tenho vontade, mas a matemática é muito difícil
19	Acho que deveria ter mais aulas, pois o tempo foi muito pouco, para aprofundar mais
4-8 -11-12-13-14-15-16-18	Deixaram em Branco

OBS: *Cada número corresponde a um participante do curso. A ausência de alguns números na tabela refere-se a participantes que não realizaram a sua auto-avaliação (ou não entregaram).*

ANEXO 10 (c)

Resultados das planilhas para AUTO-AVALIAÇÃO do Curso: Ensinando Geometria com o software Cabri-Géomètre. (**COMPETÊNCIAS E HABILIDADES**)

Aluno (a): ____

Ao avaliar utilize os seguintes códigos:

S = Sim
P = em Parte
N = Não

	PARTICIPANTES	4	7	8	11	12	13	14	15	16	18	19
Representação e comunicação	Ler e interpretar textos de Matemática	S	P	S	S	P	S	S	N	S	P	P
	Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões)	S	P	P	P		S	P	P	S	P	P
	Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para a linguagem simbólica	S	P	S	P	P	P	P	S	S	P	P
	Exprimir-se com correção e clareza, usando a terminologia correta	P	P	P	P	P	P	P	N	S	P	N
	Produzir textos matemáticos adequados	P	P	S	N		P	S	N	P	P	N
	Utilizar os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e comunicação	P	P	S	P	P	S	P	N	P	P	P
Investigação e compreensão	Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, ...)	P	P	P	S		S	P	P	S	P	P
	Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema	P	P	S	P	S	S	P	P	S	P	S
	Formular hipóteses e prever resultados	S	P	P	P		S	P	P	S	P	S
	Selecionar estratégias de resolução de problemas	S	P	P	P	P	S	P	P	S	P	P
	Interpretar e criticar resultados dentro do contexto da situação	S	P	P	P	S	S	P	P	P	P	P
	Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos	S	P	S	P	P	S	S	P	P	P	P
	Fazer e validar conjecturas, experimentando, através de modelos, esboços, fatos conhecidos, relações propriedades	S	P	S	S	P	S	N	P	P	P	P
	Discutir idéias e produzir argumentos convincentes	S	P	S	P		S	S	P	P	P	N
Percepção sociocultural e histórica	Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática na interpretação e intervenção do real	S	P	S	P	P	S	P	N	P	P	P
	Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento	P	P	S	P	S	S	P	N	P	P	P
	Relacionar as etapas da história da matemática com a evolução da humanidade	P	P	P	P	P	P	N	P	N	P	P
	Utilizar adequadamente calculadoras e computador	P	P	S	P	P	S	S	P	P	P	P
	Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho	S	P	P	P	P	S	S	N	S	P	P

PARTICIPANTES	OBSERVAÇÕES E/OU JUSTIFICATIVAS
19	Faltou tempo para explorar mais o cabri. É um curso muito bom
4-7-8 -11-12-13-14-15-16-18	Deixaram em Branco

OBS: *Cada número corresponde a um participante do curso. A ausência de alguns números na tabela refere-se a participantes que não realizaram a sua auto-avaliação (ou não entregaram).*